

Академия наук СССР  
Акустический журнал  
Том V, 1959 г. Вып. 2

К. А. Наугольных, Е. В. Романенко

О ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ФОКУСИРУЮЩЕЙ  
СИСТЕМЫ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКА

## О ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ФОКУСИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКА

*К. А. Наугольных, Е. В. Романенко*

Исследовано уменьшение коэффициента усиления фокусирующих систем и излучателей, обусловленное нелинейными искажениями формы волны. Получено выражение для параметра, позволяющее оценивать фокусирующие системы с точки зрения влияния нелинейных эффектов на их коэффициенты усиления.

Проведена экспериментальная проверка полученных выводов. При помощи миниатюрных приемников исследовалась форма волны вблизи фокуса и коэффициенты усиления трех фокусирующих излучателей из керамического титаната бария. Режим работы импульсный, рабочие частоты излучателей 0,5; 1,4 и 2,2 мгц. Максимальная амплитуда давления в фокусе излучателя около 200 ат  $\pm 20\%$ . При этом давлении и импульсном режиме (длительность импульса 100 мксек, частота заполнения импульса 1,4 мгц) в фокусе появлялась кавитация.

Для получения ультразвука большой интенсивности широко используются различные фокусирующие системы. Коэффициент усиления таких систем находят из дифракционных соображений, выражая его через длину волны и геометрические параметры системы [1].

Поглощением волны при расчете коэффициента усиления обычно пренебрегают ввиду того, что в приближении линейной акустики учет поглощения в большинстве случаев приводит лишь к несущественным поправкам.

Следует, однако, отметить, что в фокусирующих системах даже при сравнительно небольших интенсивностях могут оказаться заметными нелинейные эффекты. Они выражаются, в частности, в изменении формы волны по мере ее распространения. Волна первоначально синусоидальной формы становится пилообразной, что сопровождается значительным увеличением ее поглощения. Коэффициент поглощения волны пилообразной формы растет линейно с увеличением ее амплитуды [2, 3, 4]. Поэтому с увеличением интенсивности поглощение в области фокуса растет и коэффициент усиления фокусирующей системы уменьшается\*, что и было отмечено в [6].

В настоящей работе исследуется изменение коэффициента усиления фокусирующей системы вследствие нелинейных искажений формы волны. Результаты расчета сравниваются с экспериментальными данными.

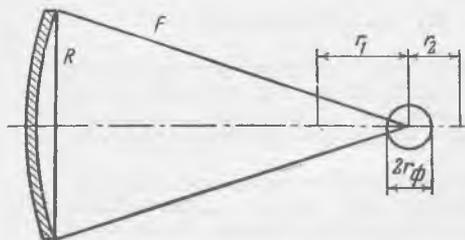
Рассмотрим сферический концентратор, схематически изображенный на фиг. 1. Пренебрегая дифракционными явлениями, будем считать, что распространяется сходящаяся сферическая волна от поверхности концентратора до поверхности сферы радиуса  $r_f$ . Величину  $r_f$  определим так, чтобы амплитуда скорости в точке  $r_f$  равнялась значению амплитуды скорости в фокусе, полученному из дифракционной теории. По мере распространения волны ее форма изменяется вследствие нелинейных эффектов, нарастают высокочастотные гармоники. Приближенный расчет, подобный проведенному в [7, § 95], показывает, что вторая гармоника нарастает пропорционально  $\ln F/r$ , т. е.

$$rv = Fv_0 \cos(\omega t + kr) - \frac{\alpha k}{2c_0} \left( \ln \frac{F}{r} \right) (Fv_0)^2 \sin 2(\omega t + kr), \quad (4)$$

\* На возможность такого явления было указано еще в [5].

где  $F'$  — фокусное расстояние,  $v_0$  — амплитуда скорости на поверхности фокусирующей системы,  $\alpha = (\gamma + 1)/2$ ,  $\gamma = 7,15$  для воды,  $\omega$  — частота,  $k$  — волновое число,  $c_0$  — скорость звука в невозмущенной среде. Принимая, что волна становится пилообразной в точке  $r_1$ , где амплитуда второй гармоники равна половине амплитуды первой, из (1) найдем  $r_1 = F e^{-L/F}$ ,  $L = 2c_0^2 / (\gamma + 1) \omega v_0$ .

Пренебрегая поглощением на участке от  $F$  до  $r_1$ , где волна постепенно изменяет свою форму от синусоидальной до пилообразной и учитывая лишь поглощение волны пилообразной формы методом, аналогичным примененному в (4), получим следующее выражение для амплитуды колебательной скорости в фокусе  $v_\Phi$ :



Фиг. 1

$$v_\Phi = -\frac{F v_0}{r_\Phi} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} + \frac{2\alpha}{\lambda c_0} F v_0 \ln \frac{F}{r_\Phi} \right]^{-1}, \quad (2)$$

где  $r_\Phi = \lambda / \pi \sin^2 \alpha_m$ ,  $\lambda$  — длина волны,  $\alpha_m$  — угол раскрытия системы.

Как видно из (2), с ростом амплитуды колебательной скорости на поверхности фокусирующей системы  $v_0$  колебательная скорость в фокусе  $v_\Phi$  растет все медленнее, асимптотически приближаясь к постоянному предельному значению  $v_{\Phi, \text{пред}}$ , даваемому выражением:

$$v_{\Phi, \text{пред}} = \lambda c_0 [2\alpha r_\Phi \ln (F / r_\Phi)]^{-1}, \quad (3)$$

т. е. имеет место «насыщение»\*.

Это своеобразное «насыщение» всегда имеет место при распространении пилообразных волн конечной амплитуды, так как их поглощение увеличивается с ростом интенсивности. Оно проявляется, в частности, в том, что для каждого расстояния от излучателя сходящейся, плоской или даже расходящейся волн конечной амплитуды, если только на этом расстоянии успела образоваться волна пилообразной формы, существует предельная интенсивность, к которой асимптотически стремится интенсивность в данной точке поля по мере увеличения напряжения на излучателе [8].

Отношение коэффициента усиления по скорости с учетом поглощения  $K'_v$  к коэффициенту усиления, полученному из дифракционной теории  $K_v = \frac{\pi}{\lambda} F \sin^2 \alpha_m$ , равно

$$K'_v / K_v = \left[ 1 - \frac{1}{\pi} + \frac{2\alpha}{\lambda c_0} F v_0 \ln (F / r_\Phi) \right]^{-1}. \quad (4)$$

Вычислим теперь изменение коэффициента усиления по интенсивности  $K'_I / K_I$ .  $K_I = (F / r_\Phi)^2$  — коэффициент усиления на малых интенсивностях, для малых углов раскрытия концентратора, когда нелинейные эффекты несущественны.  $K'_I = I_\Phi / I_0$ . Учитывая, что в волне синусоидальной формы у поверхности концентратора  $I_0 \sim v_0^2 / 2$ , а в волне пилообразной формы в области фокуса  $I_\Phi \sim v_\Phi^2 / 3$ , получим

$$K'_I / K_I = (2/3) (v_\Phi r_\Phi / v_0 F)^2. \quad (5)$$

\* На это обстоятельство указал авторам Л. Д. Розенберг.

Формулы (2, 4, 5) применимы при условии

$$a = -\frac{1}{\pi} + \frac{2\alpha}{\lambda c_0} F v_0 \ln(F/r_\phi) \geq 0.$$

Действительно, из (4) видно, что при  $a < 0$  получается  $K'_v/K_v > 1$ , что невозможно, так как поглощение может только уменьшить коэффициент усиления. Более подробный анализ показывает, что условие  $a < 0$  соответствует такой ситуации, когда нелинейные эффекты несущественны, волна не успевает принять пилообразную форму на участке от  $F$  до  $r_\phi$ .

В этом случае  $K'_v/K_v = 1$ ,  $v_\phi = Fv_0/r_\phi$ . В случае  $a > 0$  нетрудно получить закон изменения амплитуды волны с расстоянием за фокусом, в области, где волна сохраняет пилообразную форму:

$$v = v_\phi \left[ 1 + \frac{2\alpha}{\lambda c_0} v_\phi r_\phi \ln \frac{r_2}{r_\phi} \right]^{-1}, \quad (6)$$

где  $r_2$  — расстояние от фокуса. Это соотношение будет полезно нам при сравнении с экспериментальными данными.

Для цилиндрической фокусирующей системы с фокусным расстоянием  $F_1$  и шириной выходного отверстия  $R_1$  расчет, подобный изложенному, приводит к следующим результатам. Волна пилообразной формы образуется в точке  $r'_1$ , определяемой из соотношения:  $\sqrt{r'_1} = c_0 \times$

$\times (2v_0 \cdot \sqrt{F_1 k\alpha})^{-1} + \sqrt{F_1}$ . Амплитуда колебательной скорости в фокусе  $v_\phi$  равна

$$v_\phi = v_0 \left[ 1 + \frac{4\alpha}{\lambda c_0} v_0 F_1^{1/2} (r_1^{1/2} - r_{\phi 1}^{1/2}) \right]^{-1} \left( \frac{F_1}{r_{\phi 1}} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Относительное уменьшение коэффициента усиления определяется следующим выражением:

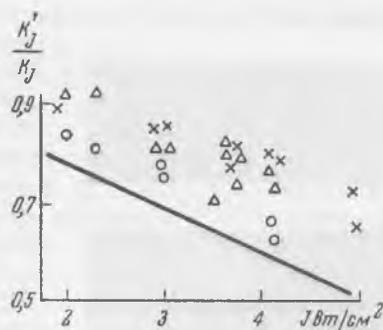
$$K'_{10}/K_{10} = \left[ 1 - \frac{1}{\pi} + \frac{4\alpha}{\lambda c_0} v_0 F_1^{1/2} (F_1^{1/2} - r_{\phi 1}^{1/2}) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где  $r_\phi = (\lambda/4F)^{1/2} 1/\sin \alpha_m$ . Формулы (7), (8) применимы в области, где  $a = -\frac{1}{\pi} + \frac{4\alpha}{\lambda c_0} v_0 F_1^{1/2} (F_1^{1/2} - r_{\phi 1}^{1/2}) \geq 0$ .

При экспериментальной проверке полученных выводов использовались данные [6], а также данные, полученные авторами настоящей работы. В работе [6] производились измерения коэффициента усиления фокусирующей системы по интенсивности калориметрическим методом в непрерывном режиме. Эти экспериментальные результаты представлены на фиг. 2 кружками. Сплошная линия построена по формулам (2) и (5). Сравнение произведено в области, где  $a > 0$ .

В наших опытах исследовались поля трех фокусирующих излучателей, каждый из которых выполнен в виде части сферического слоя из керамического титаната бария. Измерения производились при помощи миниатюрного пьезоэлектрического широкополосного приемника ультразвука с размером чувствительного элемента 0,15 мм [9]. Блок-схема установки и аппаратура описаны в [10].

Излучатели работали в импульсном режиме. Длительность импульсов



Фиг. 2

Т а б л и ц а

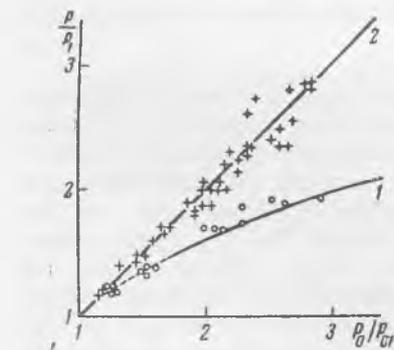
Излучатель №	F, см	R, см	f мГц	K <sub>p</sub>	P <sub>0m</sub> , аТ
1	10,0	3,0	2,2	40	2,6
2	4,0	2,6	0,5	15	2,5
3	1,3	1,2	1,4	32	7,0

100 мксек. Частота повторения импульсов 50 гц. Данные излучателей приведены в таблице.

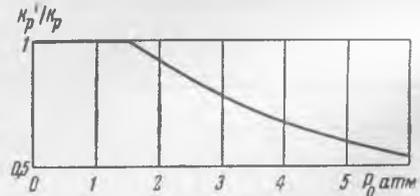
Здесь  $K_p$  — коэффициент усиления по давлению, измеренный на малых интенсивностях излучения.  $P_{0m}$  — максимальное значение амплитуды давления у поверхности излучателя,  $f$  — частота. Упомянутый выше параметр  $a$  отрицателен для второго и третьего излучателей и может быть положительным для первого излучателя в рабочем диапазоне давлений  $P_0$ . Это значит, что нелинейные эффекты должны сказываться при работе первого излучателя и не должны сказываться при работе второго и третьего излучателей.

На фиг. 3 представлены фотографии формы сигнала у поверхности первого излучателя  $a$  и на расстоянии 8 см от поверхности по оси излучателя  $b$  при значении  $P_0 = 2,6$  атм. Отчетливо заметны искажения формы волны. Но, вследствие дифракционных явлений, форма волны в разных точках поля различная и может существенно отличаться от пилообразной. При работе же второго и третьего излучателей искажений формы волны не было обнаружено.

Были проведены и количественные измерения. На малых интенсивностях излучения определялся коэффициент усиления излучателя путем измерения амплитуды давления у поверхности излучателя и в фокусе. Вследствие неравномерного распределения амплитуд давления по поверхности излучателя значение  $P_0$  определялось как среднее из 10 измерений. При больших интенсивностях излучения, когда амплитуда давления в фокусе измеряется десятками атмосфер, измерять давление непосредственно в фокусе нельзя, так как на поверхности приемника при амплитуде давления 30—40 атм развивается кавитация. В этом случае измерения производились в 2 см за фокусом, причем измерялась зависимость амплитуды давления за фокусом от амплитуды давления у поверхности излучателя. В отсутствие поглощения эта зависимость была бы линейной. Степень отклонения определенной таким образом зависимости от линейной характеризует уменьшение коэффициента усиления вследствие поглощения волны до фокуса и в области фокуса, а также по-



Фиг. 4]



Фиг. 5

глощение волны, проходящей расстояние в 2 см от фокуса до приемника. На фиг. 4 представлены результаты измерений. По оси абсцисс отложена величина  $P_0/P_{01}$ . Здесь  $P_0$  — амплитуда давления у поверхности излучателя,  $P_{01}$  — одно из значений амплитуды давления у поверхности излучателя, выбранное в рабочем диапазоне давлений. В нашем случае это наименьшее из давлений, при которых производились измерения. По оси ординат отложена величина  $P/P_1$ .

$P$  и  $P_1$  — амплитуды давления в выбранной точке поля за фокусом излучателя, соответствующие  $P_0$  и  $P_{01}$ . Кружками и крестиками нанесены экспериментальные результаты для первого и второго излучателей. Как и следовало из теоретических соображений (линии 1 и 2, построенные при помощи формул (2) и (6)), при распространении волн от первого излучателя нелинейные эффекты заметны. Для второго же излучателя они несущественны. Результаты исследования распространения волн от третьего излучателя на график не нанесены, но они свидетельствуют о том, что как и в случае второго излучателя, нелинейные эффекты не сказываются на фокусирующем действии излучателя в рабочем диапазоне давлений, несмотря на то, что максимальная амплитуда давления в фокусе третьего излучателя достигала 220 атм и при длительности импульса 100 мксек в фокальной области уже появлялась кавитация.

Специально проверялась повторяемость результатов. Для этого производились измерения в ряде точек на расстоянии 2 см за фокусом. Разброс не превышал  $\pm 10\%$ .

Эксперимент показывает, что параметр  $a$  позволяет правильно оценить влияние нелинейных эффектов на коэффициент усиления фокусирующих систем. Заметим, что, например, оценка этого параметра для рассмотренного в [11] случая указывает на необходимость учета нелинейных эффектов в произведенном там расчете интенсивности в фокусе системы. Удовлетворительное согласие теоретических и экспериментальных результатов, представленных на фиг. 2 и фиг. 4, позволяет считать, что отношение  $K'_p/K_p$  фокусирующих систем и излучателей может быть достаточно точно оценено, используя формулу (4).

В частности, для первого излучателя расчетная зависимость  $K'_p/K_p$  от  $P_0$  представлена на фиг. 5. Резкий излом кривой вызван пренебрежением поглощения волны на участке от  $F$  до  $r_1$ , где волна постепенно изменяет форму от синусоидальной к пилообразной.

В заключение выражаем благодарность Н. Н. Андрееву, под руководством которого выполнена работа, Л. Д. Розенбергу, В. А. Красильникову и Н. А. Рою за ряд ценных советов, Ю. М. Москобенко и А. С. Гольневу за помощь в проведении эксперимента<sup>1</sup>

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Розенберг. Звуковые фокусирующие системы. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1949 г.
2. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников, В. В. Шкловская-Корди. О распространении ультразвуковых волн конечной амплитуды в жидкостях. Акуст. ж., 1957, 3, 1, 29—36.
3. V. Narasimhan, R. T. Veuer. Attenuation of ultrasonic waves of finite amplitude in liquids. J. Acoust. Soc. America, 1956, 28, 6, 1233—1236.
4. К. А. Наугольных, Е. В. Романенко. К вопросу о распространении волн конечной амплитуды в жидкости. Акуст. ж., 1958, 4, 2, 200—202.
5. А. К. Буров. Получение ультразвуковых колебаний высокой интенсивности для воздействия на злокачественные опухоли у животных и человека. Докл. АН СССР, 1956, 106, 2, 239—241.
6. Д. В. Хаманов. Зависимость коэффициента усиления звуковой фокусирующей системы от интенсивности ультразвука в воде. Акуст. ж., 1957, 3, 3, 294—296.
7. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИИТЛ, 1954.
8. J. Rudnick. On the attenuation of high amplitude waves of stable sawtooth form propagated in horns. J. Acoust. Soc. America, 1958, 30, 4, 339—342.
9. Е. В. Романенко. Миниатюрные пьезоэлектрические приемники ультразвука. Акуст. ж., 1957, 3, 4, 342—347.
10. Е. В. Романенко. Экспериментальное исследование распространения сферических волн конечной амплитуды. Акуст. ж., 1959, 5, 1, 101—105.
11. G. W. Willard. Focusing ultrasonic radiators. J. Acoust. Soc. America, 1949, 21, 360—375.

Акустический институт АН СССР  
Москва

Поступила в редакцию  
16 июля 1958 г.