

Академия наук СССР
Журнал «Приборы и техника эксперимента»
№ 5, 1958 г.

УСТАНОВКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

И. П. Голямина, Е. В. Романенко

УСТАНОВКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

И. П. ГОЛЯМИНА, Е. В. РОМАНЕНКО

Акустический институт АН СССР

(Получено 10 декабря 1957 г.)

Описана конструкция установки для определения упругих постоянных твердых тел.

Метод основан на измерении частот собственных колебаний цилиндрических стержней, изготовленных из испытуемого материала; для определения коэффициента Пуассона используется явление дисперсии продольных волн в стержнях. Точность измерений модуля Юнга не менее 2%, коэффициента Пуассона ~3%. Для магнитных материалов установка позволяет определить зависимость упругих параметров от величины постоянного магнитного поля.

Упругие свойства изотропных твердых тел полностью характеризуются двумя упругими постоянными, которыми могут быть, например, модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Описываемая установка позволяет сравнительно быстро и с достаточной точностью определять обе эти величины. При ее разработке в качестве одного из требований выдвигалась простота конструкции, не требующая применения сложной радиоаппаратуры и громоздкой механической части. Лежащий в основе резонансный метод предполагает, что измеряемые вещества должны обладать небольшими механическими потерями, так чтобы добротность стержня превышала 50. Практически все металлы, плотная керамика и т. п. вещества отвечают этому условию.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ

Измерения производятся на цилиндрических образцах из испытуемого материала длиной $l = 45$ мм, $d = 5$ мм. Упругие по-

стоянные вычисляются на основании определения собственных частот свободных колебаний этих стержней. Модуль Юнга определяется по основной частоте f_0 для бесконечно тонкого стержня такой же длины, так как

$$f_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

где E — модуль Юнга, ρ — плотность вещества. При указанных размерах стержня основная частота его свободных колебаний f_1 совпадает с f_0 с точностью, лучшей, чем 0,1%.

Для определения коэффициента Пуассона σ используется явление дисперсии продольных волн в стержнях. На возможность такого определения коэффициента Пуассона

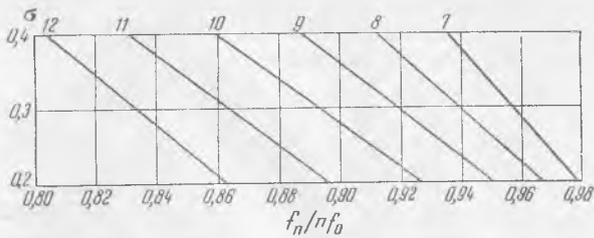


Рис. 1. График для определения коэффициента Пуассона σ по величине отношения частоты n -ой гармоники собственных колебаний образца f_n к произведению nf_0 (где f_0 —основная собственная частота) для значений d/λ , соответствующих различным гармоникам

впервые указано в работе [1]. Условие отсутствия напряжений на боковой поверхности при колебаниях изотропного кругового цилиндра дает следующее соотношение [1, 2]:

$$(x - 1)^2 \varphi(ha) - (\beta x - 1) [x + \varphi(\kappa a)] = 0, \quad (2)$$

где $h = k(\beta x - 1)^{1/2}$; $\kappa = k(2x - 1)^{1/2}$;

$$x = (v/v_0)^2 (1 + \sigma);$$

$$v = \omega/k; v_0 = \sqrt{E/\rho};$$

$$\varphi(y) = yJ_0(y)/J_1(y);$$

$$\beta = (1 - 2\sigma)/(1 + \sigma); \omega = 2\pi f;$$

где f — частота в $гц$, a — радиус цилиндра, $k = 2\pi/\lambda$; λ — длина волны. Это соотношение определяет зависимость между величинами v/v_0 , σ и d/λ .

Если задаться определенной величиной отношения d/λ , можно рассчитать зависимость v/v_0 от коэффициента Пуассона σ . Такой расчет был проделан для отношений d/λ , соответствующих основной частоте и, второй, седьмой, восьмой, девятой, десятой, одиннадцатой, двенадцатой гармоникам собственных продольных колебаний свободного образца, причем λ определялась только длиной стержня и номером гармоники. Указанная зависимость изображена на рис. 1; по оси абсцисс отложено отношение f_n/nf_0 (f_n — частота гармоники номера n , f_0 — основная частота для бесконечно тонкого стержня), равное отношению v/v_0 ; параметром на графике служит значение отношения d/λ , соответствующее каждой данной гармонике. Зная величину f_0 и величины f_n , можно по этому графику определять σ . Наиболее удобно определять коэффициент Пуассона по восьмой, девятой, десятой гармоникам, так как для них отноше-

ние d/λ при заданных размерах стержня составляет $\sim 0,5$, а зависимость v/v_0 от σ отчетливее всего проявляется именно в этой области [1].

КОНСТРУКЦИЯ УСТАНОВКИ

Для возбуждения колебаний исследуемого образца и измерения его собственных частот используется установка, изображенная на рис. 2. Образец устанавливается между иглами, жестко связанными с излучателем 1 и приемником 2 ультразвуковых колебаний. Излучатель и приемник представляют собой пластинки из керамического титаната бария $\phi 4$ мм и толщиной 2 мм. При таких размерах собственные частоты пластинок лежат выше диапазона частот, в котором производится измерения. Излучатель и приемник приклеены к эбонитовым трубкам 3 и 4, вставленным в свою очередь в направляющие латунные

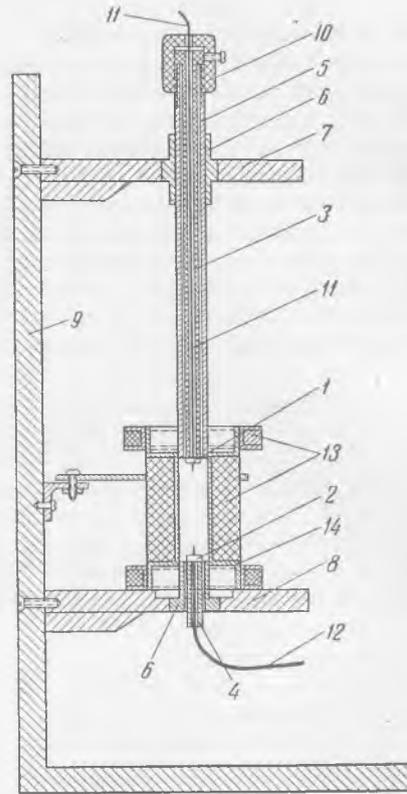


Рис. 2. Конструкция установки для измерения собственных частот стержня

трубки 5 и втулки 6. Большие механические потери в эбоните препятствуют проявлению в системе паразитных резонансов. Латунные трубки запрессованы в плексигласовые подставки 7 и 8, связанные с основанием прибора 9. Положение приемника фиксировано, излучатель может перемещаться в вертикальном направлении с помощью винтовой головки 10; при этом изменяются условия зажатия образца.

Напряжение, возбуждающее колебания образца, подается от стандарт-генератора через усилитель по кабелю 11 к излучателю; его величина $\sim 4\div 5$ в. Колебания принимаются иглой пьезоприемника, сигнал с которого подается по кабелю 12 на приемный усилитель и осциллограф. При изменении частоты возбуждающего напряжения на осциллографе наблюдаются отчетливые максимумы амплитуды, соответствующие резонансным частотам колебаний образца, зажатого между двумя иглами. Частота генератора контролируется волномером — гетеродином. Коэффициент усиления приемного усилителя составляет 120, полоса пропускания обоих усилителей — от 20 кГц до 1 МГц.

Для измерений образцов в магнитном поле предусмотрена катушка 14, надвигающаяся по направляющей трубке на образец. Чтобы магнитное поле было однородным на протяжении образца при малых размерах катушки (длина 6 см), обмотка ее 13 имеет дополнительные витки на концах, в соответствии с конструкцией, предложенной в [3]. Катушка позволяет получать поле напряженностью до 200 э с неравномерностью по длине образца, не превышающей 4%.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОБРАЗЦА

Образец, закрепленный между иглами излучателя и приемника, нельзя считать свободным, и поэтому резонансные частоты, измеренные экспериментально, не будут собственными частотами колебаний свободного образца, которые необходимо знать для определения упругих параметров описанным методом. Однако влияние закрепления можно учесть следующим образом.

Расчет показывает, что жесткость игл на 2-3 порядка меньше жесткости титанатовых излучателя и приемника, эбонитовых держателей и образца. Это значит, что образец можно рассматривать как стержень,

упруго закрепленный на концах. Решая уравнение колебаний такой системы, получим условие для величины kl :

$$\operatorname{tg} kl = \frac{2Kl}{SE} \cdot \frac{1}{kl}, \quad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, l — длина образца, S — площадь его сечения, E — модуль Юнга материала образца, K — жесткость игл. Решая это трансцендентное уравнение, найдем kl , а значит, и собственные частоты упруго закрепленного стержня.

Так как величина $2Kl/SE \ll 1$ для твердых материалов, то корни уравнения (3) превышают значения kl для свободного стержня, равные $\pi, 2\pi, 3\pi$ и т. д. лишь на очень малую величину. Количественная оценка коэффициента $2Kl/SE$ при значениях входящих в него величин, соответствующих жесткости игл установки, принятым размерам образца и величине модуля Юнга, характерной для твердых материалов, показывает, что в первом приближении основная частота собственных колебаний упруго закрепленного стержня отличается от частоты колебаний свободного стержня на десятки доли процента. Если ограничиться первым приближением и принять поправку на упругое закрепление для основной частоты за Δ , то для n -ой гармоники частота колебаний упруго закрепленного стержня будет отличаться от частоты свободного стержня на величину Δ/n .

Вычисление величины f_0 , необходимой для определения модуля Юнга, производится на основании следующих уравнений:

$$\begin{aligned} f'_1 &= f_0(1 - m_1) + \Delta, \\ f'_2 &= 2f_0(1 - m_2) + \Delta/2, \end{aligned} \quad (4)$$

где f'_1 и f'_2 — экспериментально измеренная основная частота и частота второй гармоники; Δ — разность между основной частотой упруго закрепленного и свободного стержней; m_1 и m_2 — коэффициенты, учитывающие явление дисперсии для свободного стержня. Расчет дает для них значения:

$$\begin{aligned} \text{для } \sigma = 0,275 \quad m_1 &= 0,00065 \text{ и } m_2 = 0,00247; \\ \text{для } \sigma = 0,3 \quad m_1 &= 0,00076 \text{ и } m_2 = 0,0029. \end{aligned}$$

Не допуская большой погрешности, можно взять некоторые средние значения и считать для $0,27 \leq \sigma \leq 0,3$ $m_1 \approx 0,0007$ и $m_2 \approx$

0,0027. Тогда, исключая Δ из системы, получим:

$$f_0 = (2f_2' - f_1') / (3 - 4m_2 + m_1). \quad (5)$$

В табл. 1 приведено значение f_0 , вычисленное по формуле (5) из экспериментальных значений f_1 и f_2 , измеренных при различных условиях закрепления образца.

ТАБЛИЦА 1

Условия закрепления образца	f_1 , кгц	f_2 , кгц	f_0 , кгц
лабо зажат	60,70	120,48	60,21
	61,03	120,62	60,21
ажат сильнее	61,32	120,73	60,20
ажат еще сильнее	61,52	120,81	60,20

Из табл. 1 видно, что, хотя условия закрепления образца существенно влияют на измеряемые на опыте резонансные частоты, величина f_0 , вычисленная по формуле (5), от условий закрепления практически не зависит.

При измерении значений частот высших гармоник (f_8, f_9, f_{10}), необходимых для определения коэффициента Пуассона, поправка на упругое закрепление не вводится, так как она составляет, соответственно, $1/8 \Delta, 1/9 \Delta, 1/10 \Delta$, т. е. сотые доли процента.

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Модуль Юнга определяется по измерениям плотности, длины образца и частоты f_0 . Плотность измеряется с точностью, лучшей,

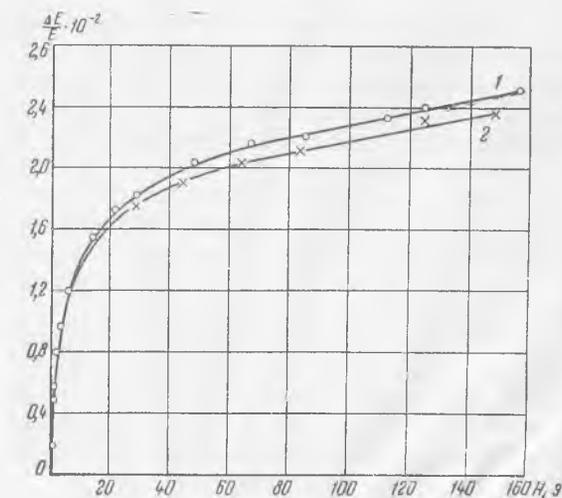


Рис. 3. Зависимость относительного изменения модуля Юнга ферритов от напряженности магнитного поля: 1 — феррит никеля; 2 — твердый раствор: 50% феррита никеля + 50% феррита цинка

чем 0,1%, длина с точностью до 0,1%. Оценивая величину f_0 с учетом поправки на упругое закрепление и дисперсию, делаем ошибку, также не превышающую 0,1%. Установку частоты, соответствующей максимуму амплитуды колебаний, можно для наименее добротных материалов производить с точностью 0,3%; точность измерения частоты по шкале волномера составляет 0,1%. В итоге точность измерения модуля Юнга на данной установке составляет не менее 2%. Вычисление зависимости коэффициента Пуассона от отношения f_n/nf_0 производилось с точностью лучше 0,01%. Таким образом, точность определения σ обусловлена точностью измерения частот f_0 и f_n , а также масштабом, в котором вычерчивается график, рис. 1.

ТАБЛИЦА 2

Материал	$E, \text{дин/см}^2 \cdot 10^{-12}$		σ	
	измеренные	табличные	измеренные	табличные
Сталь	2,09	2,09 ÷ 2,17	0,285	0,28 ÷ 0,287
Алюминий	0,75	0,719 ÷ 0,765	0,331	0,339 ÷ 0,343
Латунь	1,02	0,8 ÷ 1,0	0,349	0,3 ÷ 0,4
Феррит 2000	1,64		0,291	
Феррит 400	1,31		0,284	
ВаTiO₃ керамика	0,8		0,272	

При данных измерениях точность определения σ составляла 3%. Для контроля измерения коэффициента Пуассона производились обычно не по одной, а по четырем-пяти гармоникам. Разброс значений для σ при этом не превышал 2%.

В табл. 2 приведены измеренные с помощью описанной установки упругие постоянные для некоторых веществ. Для металлов даны также величины этих постоянных, приводимые в таблицах [4].

Установка применялась для измерения упругих свойств ферритов, приведенных в работе [5]. На рис. 3 изображена зависимость модуля Юнга ферритов от магнитного поля. Истинное магнитное поле вычислялось с учетом фактора размагничивания.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н. А. Рою за ценные советы по созданию конструкции установки, Л. И. Ганевой за помощь в изготовлении установки и проведение измерений на ней, В. К. Чулковой за участие в обсуждении результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Van c r o f t, Phys. Rev., 1941, 59, 588.
2. А. Л я в, Математическая теория упругости, 1935, стр. 300—303, ОНТИ НКТП СССР.
3. А. В u h l, F. C o e t e r i e r, Phys. Zeitschrift, 1932, 33, 773.
4. Сборник физических констант, 1937, ОНТИ.
5. И. П. Г о л я м и н а, Применение ферритов в качестве излучателей ультразвука, Тр. Всес. конференции по использованию ультразвуковой техники в промышленности, М., 1957.