ОТЧЕТ ЗА 2011 ГОД ПО ПРОЕКТУ РФФИ 11-04-00234-а

Статус отчета: не подписан

Дата последнего изменения: 09.12.2011

Отчёт создал: Романенко Евгений Васильевич

Отчет распечатан: 09.12.2011

Форма 501. КРАТКИЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ

1.1. Номер проекта
11-04-00234

1.2. Руководитель проекта
Романенко Евгений Васильевич

1.3. Название проекта
Теоретическая оценка эффективности работы хвостовой лопасти дельфина как движителя

1.4. Вид конкурса
а - Инициативные проекты

1.5. Год представления отчета
2012

1.6. Вид отчета
этап 2011 года

1.7. Аннотация
С использованием приближенных выражений для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка и кинематических параметров движения построена математическая модель работы плоского жесткого крыла различного удлинения при больших амплитудах линейных и угловых колебаний и различных положениях оси вращения крыла. Получены расчетные формулы для вычисления индуктивного сопротивления в случае гармонических изменений угла атаки крыла. Показано удовлетворительное согласие результатов расчета по полученным формулам с численным решением задачи.

1.8. Полное название организации, где выполняется проект
Учреждение Российской академии наук Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н.Северцова РАН

"Исполнители проекта согласны с опубликованием (в печатной и электронной формах) научных отчетов и перечня публикаций по проекту"

Подпись руководителя проекта

Форма 502. КРАТКИЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

2.1. *Номер проекта*11-04-00234

2.2. *Руководитель проекта*Romanenko Evgenyi Vasilievitch

2.3. *Название проекта*Theoretical evaluation of functional efficiency of dolphin flukes as a mover

2.4. *Год представления отчета*2012

2.5. *Вид отчета*этап 2011 года

2.6. *Аннотация*The approximate expressions of hydrodynamic forces were used for to construct the mathematical model of the flat and rigid wing with different form and aspect ratio when pitch-axes location varies and heaving and pitching amplitudes are sufficiently large. A peculiarity of this model is usage of the first order aerodynamic derivatives coefficients and kinematic parameters. To calculate the inductive reactance when angle of attack of the wing varies harmonically the formulas were derived. The results of calculations agree successfully with numerical solutions.

2.7. *Полное название организации, где выполняется проект*A.N. Severtzov Institute of Ecology and Evolution

Подпись руководителя проекта

Форма 503. РАЗВЕРНУТЫЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ

3.1. *Номер проекта*11-04-00234

3.2. *Название проекта*Теоретическая оценка эффективности работы хвостовой лопасти дельфина как движителя

3.3. *Коды классификатора, соответствующие содержанию фактически проделанной работы*04-150

3.4. *Объявленные ранее цели проекта на 2011 год*К концу 2011 года предусмотрено провести следующие работы: получить расчетные формулы для индуктивного сопротивления крыла, совершающего колебания большой амплитуды при произвольном положении оси вращения. С помощью полученных формул оценить зависимость индуктивного сопротивления крыла от положения оси вращения и величины числа Струхаля при гармонических линейных колебаниях и гармоническом изменении угла атаки. Оценить индуктивное сопротивление крыла, аппроксимирующего лопасть дельфина, при конкретных, измеренных экспериментально кинематических параметрах;- оценить КПД хвостовой лопасти дельфина с использованием полученных формул и оригинальных кинематических параметров; - сравнить полученные оценки с литературными данными. 2. Будет разработан алгоритм численного решения задачи об индуктивном сопротивлении для конкретных кинематических параметров крыла. К концу 2011 года предусмотрено провести следующие работы: - составить программу счета; - провести пробные вычисления для конкретных кинематических параметров крыла.

3.5. *Степень выполнения поставленных в проекте задач*Все поставленные в проекте задачи выполнены полностью.

3.6. *Полученные за отчетный период важнейшие результаты*С использованием приближенных выражений для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка и кинематических параметров движения построена математическая модель работы плоского жесткого крыла различного удлинения при больших амплитудах линейных и угловых колебаний и различных положениях оси вращения крыла. Получены расчетные формулы для оценки индуктивного сопротивления такого крыла. Ранее [1-6] были получены расчетные формулы для оценки гидродинамических сил, развиваемых жестким крылом, колеблющимся в невязкой жидкости с произвольными амплитудами линейных и угловых колебаний и произвольным положением оси вращения. В этих формулах составляющая гидродинамических сил, обусловленная индуктивным сопротивлением крыла, определялась оценкой «сверху», т. е. по максимуму. В этом случае неизвестной величиной является нормальная скорость крыла. Было показано, что оценка индуктивного сопротивления по максимуму является достаточным приближением при расчетах пропульсивных характеристик в случаях умеренных удлинений крыла или когда доля индуктивного сопротивления мала в общем балансе гидродинамических сил. Вместе с тем остаются вопросы погрешности используемой оценки в зависимости от формы крыла и кинематики движения. При определении рассматриваемой составляющей гидродинамических сил неизвестной величиной является скорость, индуцируемая вихревым следом крыла. В случае установившегося или квазистационарного движения крыла конечного размаха порождение вихревого следа определяется главным образом конечностью размаха крыла. Скорость, индуцируемая вихревым следом, по абсолютной величине меньше вертикальной скорости крыла. При этом для умеренных удлинений крыла оценка индуктивного сопротивления по максимуму дает очень неплохие результаты. В случае бесконечного удлинения крыла (рассматриваемая плоская задача) вихревой след порождается изменением циркуляции при наличии поперечных и угловых колебаний крыла. В данном случае значение скорости, индуцируемой вихревым следом, может быть как больше, так и меньше вертикальной скорости крыла, соответственно индуктивное сопротивление может быть как отрицательным, так и положительным. В работе [7] получены расчетные формулы для индуктивного сопротивления крыла при гармонических изменениях его линейных колебаний и угла наклона. В 2011 году получены расчетные формулы для случая гармонических изменений линейных колебаний и угла атаки крыла. С помощью полученных формул проведена оценка зависимости индуктивного сопротивления крыла от положения оси вращения, числа Струхаля и угла атаки. Установлено, что при расположении оси вращения в центре крыла индуктивное сопротивление имеет минимальное значение и увеличивается при смещении оси к передней и задней кромкам. Однако это увеличение не превышает 20-30 процентов при следующих кинематических параметрах крыла, моделирующего хвостовую лопасть дельфина: амплитуда колебаний крыла составляет 0.25 хорды, число Струхаля равно 1, угол атаки 0.1 радиан. Кинематические параметры хвостовой лопасти дельфина афалины (Tursiops truncatus) получены в результате собственных экспериментов, описанных и опубликованных в работах [1,2]. С изменением числа Струхаля и угла атаки индуктивное сопротивление изменяется нелинейно. Полученные формулы позволяют оценить коэффициент полезного действия хвостовой лопасти дельфина. Он оказывается близок к 90%. Это объясняется главным образом двумя факторами. Прежде всего малостью угла атаки и числа Струхаля, в результате чего очень мало индуктивное сопротивление лопасти. Второй фактор - гибкость лопасти в направлении хорды, что приводит к значительному увеличению ее эффективности. Имеющиеся в литературе данные по оценкам эффективности хвостовой лопасти дельфина очень разнородны. Диапазон оценок от 50 до 90%. Получены такие оценки в результате наблюдений за плавающими в открытом море животными. Для оценки точности полученных формул разработан алгоритм численного решения исходных выражений. В настоящее время для численного интегрирования разработан целый ряд методов. Обычный метод численного интегрирования состоит в том, чтобы на рассматриваемом отрезке интегрирования подынтегральную функцию заменить функцией более простого вида таким образом, чтобы интеграл непосредственно вычислялся из полученного выражения. Однако при переходе от исходной функции к более простой неизбежно возникают ошибки, которые оцениваются с помощью остаточного члена. Вид квадратурной формулы и величина остаточного члена определяются методом численного интегрирования, а значение остаточного члена определяется величиной производных высших порядков. Квадратурная формула метода Симпсона использует для аппроксимации параболу, и для достаточно гладких функций она дает хорошие результаты. А сочетание точности с несложной квадратурной формулой обеспечивает методу широкую популярность. Однако, в нашем случае подынтегральные функции периодические, в связи с этим значения производных высокого порядка существенно не убывают, поэтому величины производной высокого порядка и погрешности имеют достаточно высокие значения. Выполненные по различным квадратурным формулам расчеты показывают, что в нашем случае наилучшие результаты обеспечивает квадратурная формула Ньютона-Котеса более высокого порядка. При интегрировании эта формула заменяет подынтегральную функцию интерполяционным полиномом Лагранжа.Квадратурная формула Ньютона-Котеса обычно использует степень интерполяционного полинома не более 8, так как при более высоких значениях алгоритмы вычислений коэффициентов Кортеса достаточно сложные. Для достижения необходимой точности на основе формулы Ньютона-Котеса была разработана адаптивная квадратурная программа. Ее алгоритм выглядит следующим образом: 1. Заданный диапазон интегрирования разбивается на достаточно большое количество интервалов – шагов интегрирования. 2. В каждом интервале интегрирования производятся вычисления по квадратурной формуле Ньютона-Котеса. 3. Шаг интегрирования делится пополам, и к нему снова применяется квадратурная формула Ньютона-Котеса. 4. Результаты расчетов пунктов 2 и 3 сравниваются. Если точность расчетов не достигнута, то за новый интервал интегрирования принимался половинный шаг, полученный в шаге 3, и производится переход к пункту 2, в противном случае осуществляется переход к следующему пункту. 5. Проводится проверка, было ли на данном этапе вычислений деление шага интегрирования в пункте 3 первым. Если не было, то осуществляется переход к следующему пункту, в противном случае идет переход к пункту 8. 6. Производится удвоение шага интегрирования, и к нему снова применяется квадратурная формула Ньютона-Котеса. 7. Результаты расчетов пунктов 2 и 6 сравниваются. Если точность расчетов не достигнута, то двойной интервал принимается за новый шаг интегрирования, и осуществляется переход к пункту 6, в противном случае идет переход к следующему пункту. 8. Производится суммирование полученных промежуточных значений интеграла и переход к следующему интервалу интегрирования. Осуществляется проверка, достигнут ли конец диапазона интегрирования. Если конец не достигнут, то осуществляется переход к пункту 2, в противном случае вычисления заканчиваются. Разработанный алгоритм позволил сравнить оценки, сделанные по формулам для конкретных кинематических параметров с результатом численного решения для тех же параметров. Сравнение показало, что расхождение оценок не превышает нескольких процентов.Список литературы. 1. Е.В. Романенко. Гидродинамика рыб и дельфинов. Издательство КМК, Москва, 2001, 412 с. 2. Romanenko E.V. Fish and Dolphin Swimming. Pensoft. Sofia-Moscow. 2002. 430 p 3. Романенко Е.В., Пушков С.Г. Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2008. № 2. С. 13-28. Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук. Научный совет по проблемам фундаментальной и прикладной гидрофизики. 4. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга, мощность и КПД при гармоническом законе угловых колебаний // Успехи современной биологии. 2009. том 129. №5. С. 469-480. 5. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга, мощность и КПД при гармоническом законе линейных колебаний и угла атаки // Успехи современной биологии. 2010. том 130, № 5, С. 514-524. 5. 6. Е.В.Романенко, С.Г. Пушков. Об одном методе расчета гидродинамических характеристик крыла при нестационарном движении // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук. Научный совет по проблемам фундаментальной и прикладной гидрофизики. 2011. Том 4. № 1. С. 69-80. 7. С.Г. Пушков, Е.В. Романенко, В.Н. Лопатин. Индуктивное сопротивление жесткого крыла // Успехи современной биологии. 2009. том 129, № 1. С. 104-114. 8. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Издательство АН СССР. 1947. 258 с. 9. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука. 1966. 10. Белоцерковский СМ О коэффициентах вращательных производных. // Труды ЦАГИ. 1958. Вып. 725. С. 5-28.

*3.7. Степень новизны полученных результатов*В мировой научной литературе известны преимущественно малоамплитудные математические модели работы крыла. Модели, учитывающие большие амплитуды колебаний крыла, крайне редки и относятся к разряду численных. Они не дают расчетных формул и не позволяют осуществлять оперативные оценки эффективности крыла. Предлагаемое решение представляет расчетные формулы, позволяющие проводить оперативные оценки. В мировой научной литературе подобные решения отсутствуют.

3.8. *Сопоставление полученных результатов с мировым уровнем*Сопоставление полученных результатов с мировым уровнемВпервые разработана математическая модель крыла, аппроксимирующего хвостовую лопасть дельфина, совершающего колебания большой амплитуды при переменном положении оси вращения и трех возможных вариантах кинематических параметров. Разработка математической модели завершена получением относительно простых расчетных формул, позволяющих проводить оперативную оценку гидродинамических сил и коэффициента полезного действия, развиваемых крылом. В мировой научной литературе нет ни одной работы подобного уровня. Причина этого заключается в том, что на протяжении многих лет подобные работы за рубежом практически не велись. Такая ситуация сложилась потому, что на Западе появилось несколько ошибочных работ, которые создали в научном сообществе неверное мнение о нецелесообразности изучения гидродинамики дельфинов и механизмов работы движительного комплекса этих животных. По этой причине финансирование этой проблемы практически было прекращено в середине семидесятых годов прошлого века. Нами был проведен тщательный анализ упомянутых работ и доказана их ошибочность, о чем было доложено на международных конференциях в Англии и США в присутствии авторов этих работ. Лишь в последние годы в англоязычной научной литературе пристальное внимание уделяется плавниковым движителям. Появилось несколько хороших экспериментальных работ, выполненных в Массачузетском Технологическом Институте в США. В этих работах исследуются жесткие крылья большого удлинения при одном фиксированном положении оси вращения и различных кинематических параметрах. Главным образом применяются два набора кинематических параметров: простое гармоническое движение крыла, когда линейные и угловые колебания крыла совершаются по гармоническому закону с большой амплитудой, и более сложное движение, когда по гармоническому закону изменяются угол наклона крыла и угол атаки, в то время, как линейные колебания (также с большой амплитудой) совершаются по более сложному закону. В одной из работ кроме того исследуется влияние гибкости крыла на его характеристики как движителя. В отечественной литературе известны лишь малоамплитудные экспериментальные работы. Однако вопросам теории крыла уделяется недостаточно внимания. В лучшем случае для сравнения с экспериментальными данными используются численные решения. Но иногда вообще никакого сравнения экспериментальных результатов с теорией не проводится. Тем актуальнее становится необходимость аналитического решения задачи о колебаниях жесткого крыла с большой амплитудой линейных и угловых колебаний при различных положениях оси его вращения с получением расчетных формул для оперативной оценки развиваемых им гидродинамических сил. Именно эта задача и была решена в рамках настоящего проекта РФФИ.

3.9. *Методы и подходы, использованные в ходе выполнения проекта*В ходе выполнения проекта были применены методы математического моделирования с использованием известных линейных решений в форме интегральных уравнений, содержащих сингулярные интегралы [8,9]. Особенность состоит в том, что сингулярные интегралы, входящие в интегральные уравнения, представлены через гидродинамические производные первого порядка [10].

3.10.1.1. *Количество научных работ, опубликованных в ходе выполнения проекта*0

3.10.1.2. *Из них включенных в перечень ВАК*0

3.10.1.3. *Из них включенных в системы цитирования (Web of science, Scopus, Web of Knowledge, Astrophysics, PubMed, Mathematics, Chemical Abstracts, Springer, Agris, GeoRef)*0

3.10.2. *Количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения проекта и принятых к печати в 2011 г.*1

3.11. *Участие в научных мероприятиях по тематике проекта, которые проводились при финансовой поддержке Фонда*0

3.12. *Участие в экспедициях по тематике проекта, проводимых при финансовой поддержке Фонда*0

3.13. *Финансовые средства, полученные от РФФИ*300000 руб.

3.14. *Вычислительная техника и научное оборудование, приобретенные на средства Фонда*0

3.15. *Адреса (полностью) ресурсов в Internet, подготовленных авторами по данному проекту*0

3.16. *Библиографический список всех публикаций по проекту*Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Индуктивное сопротивление жесткого крыла при гармонических линейных колебаниях и угле атаки // Успехи соврем. Биологии. 2011. (в печати).

3.17. *Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, в котором, по мнению исполнителей, могут быть использованы результаты данного* *проекта*транспортные и космические системы

*3.18. Критическая технология РФ, в которой, по мнению исполнителей, могут быть использованы результаты данного проекта*не очевидно

*3.19. Основное направление технологической модернизации экономики России, в котором, по мнению исполнителей, могут быть использованы результаты завершенного проекта*не очевидно

Подпись руководителя проекта

Форма 506. ФИНАНСОВЫЙ ОТЧЕТ

6.1. *Номер проекта*11-04-00234

6.2.1. *Объем финансирования, полученный от РФФИ в 2011 г.*300000

6.2.2. *Фактические расходы, всего*300000

6.2.2.1. *Заработная плата*125186

6.2.2.2. *Прочие выплаты*0

6.2.2.3. *Начисления на фонд оплаты труда*42814

6.2.2.4. *Услуги связи*0

6.2.2.5. *Транспортные услуги*0

6.2.2.6. *Арендная плата за пользование имуществом*0

6.2.2.7. *Услуги по содержанию имущества*0

6.2.2.8. *Прочие услуги*80000

6.2.2.9. *Прочие расходы*0

6.2.2.10. *Увеличение стоимости основных средств*7000

6.2.2.11. *Увеличение стоимости материальных запасов*0

6.2.2.12. *Организационно-техническое сопровождение проектов (до 15 %)*45000

6.3.1. *Список всех исполнителей с указанием суммы выплат каждому*Романенко Е.В. 95186Герасимова Р.И. 30000Пушков С.Г. 80000Лопатин В.Н. 0

6.3.2. *Перечень оборудования и материалов, приобретенных на средства проекта*Источник бесперебойного питания (2 шт.), флэш-память (3 шт.) по счету № 492 от 21.09.11. на общую сумму 6113 руб. 65 коп.Калькулятор (2 шт.) по счету № МС00000778 от 20.09.11. на общую сумму 886 руб. 35 коп.

6.3.3. *Расходы на услуги сторонних организаций*0

6.3.4. *Расшифровка командировочных расходов*0

6.3.5. *Расшифровка прочих услуг*Договор подряда с Пушковым С.Г. от 20 апреля 2011 г. на период с 20.04.11 по 11.7.11. Техническое задание: В рамках математического моделирования работы колеблющегося жесткого крыла как движителя решить задачу о развиваемой крылом мощности. Получить общее выражение для коэффициента мощности жесткого крыла, включающего в себя индуктивное сопротивление. Работа выполнена. 80000.

6.3.6. *Расшифровка прочих расходов*0

Подпись руководителя проекта

Подпись главного бухгалтера организации

Печать организации

Форма 541. ПУБЛИКАЦИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРОЕКТА (ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ОТЧЕТОВ)

41.1. *Номер проекта*11-04-00234

41.2.1. *Первый автор*Романенко Е.В.; 1; Россия; Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН

41.2.2. *Первый автор (для издания библиографических сборников)*Романенко Е.В.

41.3.1. *Другие авторы*Пушков С.Г.; 1; Россия; Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова МинавиапромаЛопатин В.Н.; 1; Россия; Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН

41.3.2. *Другие авторы (для издания библиографических сборников)*Пушков С.Г.Лопатин В.Н.

41.4. *Название публикации*Индуктивное сопротивление жесткого крыла при гармонических линейных колебаниях и угле атаки

41.5. *Язык публикации*русский

41.6.1. *Полное название издания*Успехи современной биологии

41.6.2. *ISSN издания*0042-1324

41.7. *Вид публикации*статья в журнале

41.8. *Завершенность публикации*принято в печать

41.9. *Год публикации*2012

41.10.1 *Том издания*

41.10.2 *Номер издания*

41.11. *Страницы*

41.12.1. *Полное название издательства*НАУКА

41.12.2. *Город, где расположено издательство*Москва

41.13. *Краткий реферат публикации*Выполнены оценки индуктивного сопротивления плоского и жесткого крыла, совершающего гармонические колебания достаточно большой амплитуды при произвольном положении оси вращения. В плоской задаче получены аналитические выражения для составляющих индуктивного сопротивления через коэффициенты гидродинамических производных при гармонических изменениях угла атаки.

41.14.

41.15. *Общее число ссылок в списке использованной литературы*12

Подпись руководителя проекта

Форма 510. ЗАЯВКА НА 2012 г.

*10.1. Номер проекта*11-04-00234

*10.2.1. Основной код классификатора*04-150

*10.2.2. Дополнительные коды классификатора*01-206

*10.3. Ключевые слова*моделирование, крыло, индуктивное сопротивление, дельфин, тяга, хвостовая лопасть, коэффициент полезного действия

*10.4. Цели очередного годичного этапа, связь с основной задачей проекта*Продолжение исследований индуктивного сопротивления жесткого крыла. Получение расчетных формул для случая гармонических изменений угла наклона крыла и угла атаки при негармонических линейных колебаниях. Разработать алгоритм численного решения задачи и оцениьть точность вычислений индуктивного сопротивления по формулам.

*10.5. Ожидаемые в конце 2012 г. научные результаты*Получение расчетных формул для случая гармонических изменений угла наклона крыла и угла атаки при негармонических линейных колебаниях. Разработать алгоритм численного решения задачи и оцениьть точность вычислений индуктивного сопротивления по формулам.

*10.6. Общий объем финансирования на 2012 год*400000

10.7.1. Сроки проведения в 2012 г. экспедиции по тематике проекта

10.7.2. Ориентировочная стоимость экспедиции (в руб.)

10.7.3. Регион проведения экспедиции

10.7.4. Название района проведения экспедиции

*10.8. Планируемая численность участников проекта в 2012 году*Романенко Евгений ВасильевичПушков Сергей ГеоргиевичЛопатин Виктор Николаевич

Подпись руководителя проекта

Форма 512. ДАННЫЕ О РУКОВОДИТЕЛЕ И ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЯХ, ФАКТИЧЕСКИ ПРИНИМАВШИХ УЧАСТИЕ В ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА В 2011 г.

*12.1.1. Фамилия, Имя, Отчество*Романенко Евгений Васильевич

*12.1.2. Фамилия, Имя, Отчество на английском языке*Romanenko Evgenyi Vasilievitch

*12.2.1. Дата рождения*01.03.1933

*12.2.2. Пол*мужской

*12.3.1. Ученая степень*доктор биологических наук

*12.3.2. Год присуждения ученой степени*1986

*12.4.1. Ученое звание*Профессор

*12.4.2. Год присвоения ученого звания*1998

*12.5.1. Полное название организации - места работы*Учреждение Российской академии наук Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н.Северцова РАН

*12.5.2. Сокращенное название организации - места работы*ИПЭЭ РАН

*12.6. Должность*Главный научный сотрудник

*12.7.1. Область научных интересов - ключевые слова*моделирование, крыло, индуктивное сопротивление, дельфин, тяга, хвостовая лопасть, коэффициент полезного действия

*12.7.2. Область научных интересов - коды классификатора*04-150

*12.8. Общее число публикаций*129

*12.9.1. Почтовый индекс*119526

*12.9.2. Почтовый адрес*Москва, ул. 26 Бакинских комиссаров, д. 12, корп.4, кв. 86

12.10. Телефон рабочий(499)1357149

12.11. Телефон домашний(495)4341045

12.12. Факс(499)1357149

*12.13. Электронный адрес*evromanenko33@mail.ru

*12.14. Участие в проекте*руководитель

*12.15. Участие в других проектах, поддерживаемых РФФИ или другими организациями*Программа Президиума РАН № 20, И

*12.16. Номер страхового свидетельства государственного пенсионного страхования*004-680-067-22

*12.17. Идентификационный номер налогоплательщика*772910513259

*12.18. Год участия в проекте*1

Подпись участника проекта

Форма 512. ДАННЫЕ О РУКОВОДИТЕЛЕ И ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЯХ, ФАКТИЧЕСКИ ПРИНИМАВШИХ УЧАСТИЕ В ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА В 2011 г.

*12.1.1. Фамилия, Имя, Отчество*Лопатин Виктор Николаевич

*12.1.2. Фамилия, Имя, Отчество на английском языке*Lopatin Viktor Nikolaevich

*12.2.1. Дата рождения*25.09.1937

*12.2.2. Пол*мужской

*12.3.1. Ученая степень*кандидат технических наук

*12.3.2. Год присуждения ученой степени*1972

*12.4.1. Ученое звание*Доцент

*12.4.2. Год присвоения ученого звания*1974

*12.5.1. Полное название организации - места работы*Учреждение Российской академии наук Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н.Северцова РАН

*12.5.2. Сокращенное название организации - места работы*ИПЭЭ РАН

*12.6. Должность*Старший научный сотрудник

*12.7.1. Область научных интересов - ключевые слова*вычислительная математика, общая биология,математическое моделирование популяций животных, растений и экосистем, общая экология, регуляция численности животных, устойчивость экосистем

*12.7.2. Область научных интересов - коды классификатора*01-206 04-150 04-170

*12.8. Общее число публикаций*54

*12.9.1. Почтовый индекс*141400

*12.9.2. Почтовый адрес*Химки, ул. Молодежная, д.32, кв. 65

12.10. Телефон рабочий(495)1352164

12.11. Телефон домашний(495)5707258

12.12. Факс(495)9545534

*12.13. Электронный адрес*lopatin@sevin.ru

*12.14. Участие в проекте*исполнитель

*12.15. Участие в других проектах, поддерживаемых РФФИ или другими организациями*РФФИ, 09-04-00125, И Программа Президиума РАН "Биоразнообразие: инвентаризация, функции, сохранение», И Программа ОБН РАН «Биологические ресурсы России: Оценка состояния и фундаментальные основы мониторинга», И

*12.16. Номер страхового свидетельства государственного пенсионного страхования*022-799-441-73

*12.17. Идентификационный номер налогоплательщика*504707014930

*12.18. Год участия в проекте*1

Подпись участника проекта

Форма 512. ДАННЫЕ О РУКОВОДИТЕЛЕ И ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЯХ, ФАКТИЧЕСКИ ПРИНИМАВШИХ УЧАСТИЕ В ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА В 2011 г.

*12.1.1. Фамилия, Имя, Отчество*Пушков Сергей Георгиевич

*12.1.2. Фамилия, Имя, Отчество на английском языке*Pushkov Sergey Georgievich

*12.2.1. Дата рождения*31.01.1956

*12.2.2. Пол*мужской

*12.3.1. Ученая степень*кандидат технических наук

*12.3.2. Год присуждения ученой степени*1990

*12.4.1. Ученое звание*Без ученого звания

12.4.2. Год присвоения ученого звания

*12.5.1. Полное название организации - места работы*Федеральное государственное унитарное предприятие Летно-исследовательский институт имени М.М.Громова

*12.5.2. Сокращенное название организации - места работы*ФГУП ЛИИ имени М.М.Громова

*12.6. Должность*Ведущий научный сотрудник

*12.7.1. Область научных интересов - ключевые слова*оценивание средств определения воздушных параметров, аэродинамика, летные испытания, обработка данных летных испытаний

*12.7.2. Область научных интересов - коды классификатора*08-603 08-602

*12.8. Общее число публикаций*37

*12.9.1. Почтовый индекс*140180

*12.9.2. Почтовый адрес*г. Жуковский, ул. Жуковского, д. 1, кв. 49

12.10. Телефон рабочий(096)5567197

12.11. Телефон домашний(096)4844320

12.12. Факс(096)5565407

*12.13. Электронный адрес*marmotto@rambler.ru

*12.14. Участие в проекте*исполнитель

*12.15. Участие в других проектах, поддерживаемых РФФИ или другими организациями*РФФИ, 08-04-00358a, И

*12.16. Номер страхового свидетельства государственного пенсионного страхования*004-034-838-97

*12.17. Идентификационный номер налогоплательщика*501301620363

*12.18. Год участия в проекте*1

Подпись участника проекта

Приложение

ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЖЕСТКОГО КРЫЛА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ И УГЛЕ АТАКИ

Ранее [3,4,7-10,12] были получены расчетные формулы для оценки гидродинамических сил, развиваемых жестким крылом, колеблющимся в невязкой жидкости с произвольными амплитудами линейных и угловых колебаний и произвольным положением оси вращения. В этих формулах составляющая гидродинамических сил, обусловленная индуктивным сопротивлением крыла, определялась оценкой «сверху», т. е. по максимуму:

$$X_i \le \frac{\rho \pi S v_n^2}{4}, \qquad (1)$$

где S – площадь крыла, v_n - нормальная скорость крыла. Коэффициент индуктивного сопротивления определяется выражением

$$C_{Xi} = \frac{\pi}{2U_0^2} v_n^2 \tag{2}$$

Было показано, что выражения (1) и (2) является достаточным приближением при расчетах пропульсивных характеристик в случаях умеренных удлинений крыла $2 \le \lambda \le 5$ или когда доля индуктивного сопротивления мала в общем балансе гидродинамических сил. Вместе с тем остаются вопросы погрешности используемой оценки в зависимости от формы крыла и кинематики движения. В работе [5] получены расчетные формулы для индуктивного сопротивления крыла при гармонических изменениях его угла наклона.

В этой работе мы получим расчетные формулы для случая гармонических изменений угла атаки крыла.

В данном случае, если движение крыла можно представить в виде основного движения со скоростью U_0 и наложенного на него добавочного движения с малыми перемещениями и скоростями, общие выражения для проекции гидродинамических сил могут быть представлены в виде [2,3,10]:

$$\begin{aligned} Y &= -\lambda_{22}\frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \Gamma \\ X &= \lambda_{22} v_n \omega_z + \rho v_n \Gamma - \rho \pi b u_* \left(v_n - u_*\right). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\Gamma = \pi b\left(v_n - \frac{b\omega_z}{4} - u_*\right)$ - присоединенная циркуляция [3], u_* - эффективная вызванная скорость, обусловленная наличием за крылом вихревой пелены, b - хорда крыла, v_n - нормальная скорость крыла, ρ - плотность среды, λ_{22} - присоединенная масса крыла, ω_z - угловая скорость крыла,

Нас интересует третий член для проекции гидродинамической силы X в выражении (3):

$$X_i = \rho\pi b u_*(v_n - u_*), \tag{4}$$

рассматриваемый как индуктивное сопротивление.

Следует отметить, что X_i по существу является лишь составляющей индуктивного сопротивления, если его определять выражением

$$X_i^* = \rho\pi b u_*\left(v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_*\right) = \rho u_* \Gamma .$$

При определении рассматриваемой составляющей гидродинамических сил X_i (4) (далее по тексту X_i - индуктивное сопротивление) неизвестной величиной является скорость u_*. В случае установившегося или квазистационарного движения крыла конечного размаха порождение вихревого следа определяется главным образом конечностью размаха крыла. Скорость u_*, индуцируемая вихревым следом, по абсолютной величине меньше v_n. При этом для удлинений крыла $2 \le \lambda \le 5$ оценка индуктивного сопротивления сверху дает очень неплохие результаты.

В случае бесконечного удлинения крыла (рассматриваемая плоская задача) вихревой след порождается изменением циркуляции при наличии поперечных и угловых колебаний крыла. В данном случае значение u_* может быть как больше, так и меньше v_n, соответственно X_i может быть как отрицательным, так и положительным (напомним, что X_i – лишь часть индуктивного сопротивления).

Значение скорости u_* в формуле (4) может быть определено из соотношения для подъемной силы [3]

$$Y = -\lambda_{22}\dot{v}_n - \rho U \Gamma = -\lambda_{22}\dot{v}_n - \rho U \pi b\left(v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_*\right), \tag{5}$$

и выражения для подъемной силы через коэффициенты гидродинамических производных [1]:

$$Y = \frac{\rho U^2 b}{2}\left(-C_y^{\alpha}\frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}}\frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z}\frac{\omega_z b}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z}\frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2}\right) \tag{6}$$

здесь U – мгновенная скорость потока, набегающего на крыло, α - угол атаки. Точка над символом обозначает производную по времени.

Приравняем правые части выражений (5) и (6)

$$\begin{aligned}&\frac{\rho U^2 b}{2}\left(-C_y^{\alpha}\frac{v_n}{U}-C_y^{\dot{\alpha}}\frac{\dot{v}_n b}{U^2}+C_y^{\omega_z}\frac{\omega_z b}{U}+C_y^{\dot{\omega}_z}\frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2}\right)=\\&=-\lambda_{22}\dot{v}_n-\rho U\pi b\left(v_n-\frac{\omega_z b}{4}-u_*\right)\end{aligned} \quad (7)$$

Из соотношения (7) получаем решение для u_* (Пушков, Романенко, Лопатин, 200):

$$u_* = v_n - \frac{v_n}{2\pi}C_y^{\alpha} + \frac{\omega_z b}{2\pi}C_y^{\omega_z} - \frac{\omega_z b}{4} + \frac{\lambda_{22}\dot{v}_n}{\rho\pi b U} - \frac{\dot{v}_n b}{2\pi U}C_y^{\dot{\alpha}} + \frac{\dot{\omega}_z b^2}{2\pi U}C_y^{\dot{\omega}_z}$$

Здесь все параметры берутся в центре крыла. Для значений коэффициентов гидродинамических производных имеются известные решения [1].

Применим полученные соотношения для определения соответствующих составляющих силы тяги и мощности (членов, включающих индуктивное сопротивление) в случае гармонических изменений угла атаки крыла и его линейных колебаний.

Выражение для силы тяги крыла было получено ранее [8]:

$$\overline{F_{xc}} = \frac{\rho S}{2}\left\{\begin{array}{l} C_{yc}^{\alpha}\overline{v_{nc}V_{yc}} + b\left(C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \dfrac{2m^*}{\rho S b}\right)\overline{\dot{v}_{nc}\sin\theta_c} - C_{yc}^{\dot{\omega}_z}b^2\overline{\dot{\omega}_z\sin\theta_c} - bC_{yc}^{\omega_z}\overline{\omega_z V_{yc}} - \overline{X_{ic}\cos\vartheta} \\ -C\overline{U_c^2\cos\vartheta} \end{array}\right\} \quad (8)$$

Выражение (8) можно представить в форме коэффициентов тяги

$$C_T = C_{T1} + C_{T2} + C_{T3} + C_{T4} + C_{T5} + C_{T6} \quad (9)$$

Для мощности получено следующее выражение

$$-\frac{2F_{yc}V_{yc}}{\rho S U_0^3} - \frac{2M_{zc}\omega_z}{\rho S U_0^3} \quad C_{P1} + C_{P2} + C_{P3} + C_{P4} + C_{P5} + C_{P6} + C_{P7} + C_{P8} + C_{P9} + C_{P10} + C_{P!!},$$

где

$$-\overline{F_{yc}V_{yc}} \quad \lambda_{22}\overline{V_{yc}\frac{d\left(v_{nc}\cos\vartheta\right)}{dt}}+\frac{\rho S}{2}\left[\begin{array}{l} C_{yc}^{\alpha}\overline{v_{nc}V_{xc}V_{yc}}+\left(\underset{=}{C_{yc}^{\dot{\alpha}}}-\dfrac{2\lambda_{22}}{\rho Sb}\right)b\overline{\dot{v}_{nc}V_{yc}\cos\theta}_{c}- \\ -C_{yc}^{\omega_z}\overline{\omega_z bV_{xc}V_{yc}}-C_{yc}^{\dot{\omega}_z}\overline{\dot{\omega}_z b^2V_{yc}\cos\theta}_{c} \end{array}\right]+,$$

$$+\overline{X_{ic}V_{yc}\sin\vartheta}+\overline{\frac{\rho SU_c^2V_{yc}}{2}C\sin\vartheta}$$

$$-\overline{M_{zc}\omega_z} \quad \frac{\rho Sb}{2}=\left[m_{zc}^{\alpha}\overline{\alpha_c\omega_zU_c^2}+m_{zc}^{\dot{\alpha}}\frac{\overline{\dot{\alpha}_cb\omega_zU_c^2}}{U_0}-m_{zc}^{\omega_z}\frac{\overline{\omega^2{}_zbU_c^2}}{U_0}-m_{zc}^{\dot{\omega}_z}\frac{\overline{\dot{\omega}_z\omega_zb^2U_c^2}}{U_0^2}\right].$$

Здесь и далее $\overline{F}_{xc}$ — тяга, F_{yc} - вертикальная сила, M_{zc} - момент, λ_{22} — присоединенная масса крыла, v_{nc} — нормальная скорость, ρ — плотность среды, θ_c — угол между набегающим на крыло потоком и горизонтальной осью, C — коэффициент сопротивления крыла, U_c — мгновенная скорость потока, набегающего на крыло, X_{ic} — индуктивное сопротивление крыла, b — хорда крыла, S - его площадь (одной стороны). $C_{yc}^{\alpha}, C_{yc}^{\alpha'}, C_{yc}^{\omega_z}, C_{yc}^{\omega_z}{}'$ - аэродинамические производные, $m_{zc}^{\alpha}, m_{zc}^{\dot{\alpha}}, m_{zc}^{\omega_z}, m_{zc}^{\dot{\omega}_z}$ - производные момента [1]. Наличие индекса «*c*» означает, что величины пересчитаны к центру крыла.

Одна из составляющих коэффициента тяги, включающая индуктивное сопротивление, имеет вид

$$C_{T5}=-\frac{\overline{2X_{ic}\cos\vartheta}}{\rho SU_0^2} \tag{10}$$

Здесь и далее ϑ - угол наклона крыла к горизонтальной оси.

Отсюда получим, раскрыв выражение (10),

$$C_{T5}=-\frac{2\pi}{U_0^2}\left(\begin{array}{l} D_1\overline{v_{nc}^2\cos\vartheta}+D_2\overline{v_{nc}\omega_z\cos\vartheta}+D_3\overline{\dfrac{v_{nc}\dot{\omega}_z}{U_c}\cos\vartheta}+D_4\overline{\dfrac{v_{nc}\dot{v}_{nc}}{U_c}\cos\vartheta}+D_5\overline{\dfrac{\dot{v}_{nc}\omega_z}{U_c}\cos\vartheta}+ \\ D_6\overline{\omega_z^2\cos\vartheta}+D_7\overline{\dfrac{\omega_z\dot{\omega}_z}{U_c}\cos\vartheta}+D_8\overline{\dfrac{\dot{v}_{nc}^2}{U_c^2}\cos\vartheta}+D_9\overline{\dfrac{\dot{v}_{nc}\dot{\omega}_z}{U_c^2}\cos\vartheta}+D_{10}\overline{\dfrac{\dot{\omega}_z^2}{U_c^2}\cos\vartheta} \end{array}\right)$$

(11)

Рассмотрим случай гармонических линейных колебаний бесконечного крыла и его угла атаки. В этом случае $y = y_0 \sin\omega t$ и $\alpha = \alpha_0 \cos\omega t$. (Фазовый сдвиг между линейными и угловыми колебаниями принят равным 90^0).

Входящие в выражение (11) переменные величины имеют вид

$$v_{nc} = V_{y1}\cos\vartheta - U_0 \sin\vartheta + \omega_z x, = \alpha_c U_c$$

$$U_c^2 = V_{yc}^2 + V_{xc}^2,$$

$$V_{xc} = U_0 - \omega_z x \sin\vartheta,$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos\vartheta,$$

где $V_{y1} = \dot{y}(t)$, $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$, $y(t)$ - вертикальные колебания крыла. (Точка сверху над символом обозначает производную по времени).

Угол наклона крыла к горизонтальной оси (ϑ) определяется выражением

$$\vartheta = \theta_1 - \alpha_1.$$

Угол наклона крыла не имеет индекса “с”, так как он одинаков во всех точках крыла, в том числе и в точке x_1 [см. рис в работе 3]. Поэтому он определяется кинематическими параметрами именно этой точки (мгновенным углом набегающего потока θ_1 и углом атаки α_1 в точке x_1). Входящие в формулы (3) и (4) величины $\sin\vartheta$ и $\cos\vartheta$ с учетом выражения (5) и условия малости угла атаки могут быть записаны в виде:

$$\sin\vartheta \approx \sin\theta_1 - \alpha_1 \cos\theta_1,$$

$$\cos\vartheta \approx \cos\theta_1 + \alpha_1 \sin\theta_1.$$

Здесь $\theta_1 = \vartheta + \alpha_1 = arctg\frac{V_{y1}}{U_0}$, $\cos\theta_1 = \frac{U_0}{U_1}$, $\sin\theta_1 = \frac{y_0\omega\cos\omega t}{U_1}$,

$$U_1 = \sqrt{U_0^2 + (y_0\omega)^2 \cos^2 \omega t}\ .$$

Выражение (11) можно представить в виде

$$C_{T5} = C_{T5-1} + C_{T5-2} + C_{T5-3} + C_{T5-4} + C_{T5-5} + C_{T5-6} + C_{T5-7} + C_{T5-8} + C_{T5-9} + C_{T5-10} \quad (12)$$

Члены в правой части выражения (12) в рассматриваемом случае имеют вид

$$C_{T5-1} = -2\pi D_1 \frac{\overline{v_{nc}^2 \cos\vartheta}}{U_0^2} \quad -2\pi D_1 \frac{2\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^2 \lambda_P^2 X^2}{\left(2\lambda_P^2+1\right)\sqrt{2\lambda_P^2+1}} J_{5-1},$$

$$J_{5-1} = \left[\begin{array}{l} \dfrac{\lambda_P}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} J_{5-1-1} - \alpha_0 J_{5-1-2} + \dfrac{\alpha_0}{2\left(2\lambda_P^2+1\right)} J_{5-1-3} + \dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{8\lambda_P^3\left(Sh_0\right)^2 X^2} J_{5-1-4} + \\ + \dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}{4\lambda_P} J_{5-1-5} + \dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{16\left(Sh_0\right)^2 \lambda_P^4 X^2} J_{5-1-6} - \dfrac{\alpha_0^2}{2\lambda_P} J_{5-1-7} + \dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_P^2+1\right)}{8\lambda_P^2} J_{5-1-8} \end{array}\right]$$

$$J_{5-1-1} = \left[\begin{array}{l} 1 + \dfrac{1.25}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} + \dfrac{2.188}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \dfrac{2.461}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} + \dfrac{3.384}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \\ + \dfrac{2.964}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5} + \dfrac{2.795}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} + \dfrac{2.094}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7} + \dfrac{1.57}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8} \end{array}\right],$$

$$J_{5-1-2} = \left[\begin{array}{l} 1 + \dfrac{0.75}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} + \dfrac{0.938}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \dfrac{0.82}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} + \dfrac{0.923}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \\ + \dfrac{0.457}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5} + \dfrac{0.3}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} + \dfrac{0.16}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7} + \dfrac{0.075}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8} \end{array}\right],$$

$$J_{5-1-3} = \left[0.5 + \frac{0.547}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.564}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \frac{0.349}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} + \frac{0.157}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8}\right].$$

$$J_{5-1-4} = \left[1 + \frac{0.25}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} - \frac{0.0625}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.0234}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} - \frac{0.0146}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \frac{0.0085}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5}\right]$$

$$J_{5-1-5} = \left[1 + \frac{0.25}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} + \frac{0.1875}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.1172}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} + \frac{0.1025}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}\right]$$

$$J_{5-1-6} = \left[1.5 + \frac{0.5}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} - \frac{0.1094}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.0469}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} - \frac{0.0286}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \frac{0.0171}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5}\right]$$

$$J_{5-1-7} = \left[0.5 + \frac{0.2344}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.1538}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \frac{0.0375}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} + \frac{0.0075}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8}\right]$$

$$J_{5-1-8} = 0.5 + \frac{0.0469}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.0171}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}$$

$$C_{T5-2} = -2\pi D_2 \overline{\left(\frac{v_{nc}\omega_z\cos\vartheta}{U_0^2}\right)} \quad -2\pi D_2 \frac{2\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^2 \lambda_P^3 X}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2\sqrt{\left(2\lambda_P^2+1\right)}} J_{5-2},$$

$$J_{5-2} = \left(\begin{array}{l} J_{5-1-1} - \dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P} J_{5-1-2} + \dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{4\lambda_P^2} J_{5-1-5} + \\ + \dfrac{\alpha_0}{2\lambda_P} J_{5-1-3} - \dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}{4\lambda_P^2} J_{5-1-7} + \dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{8\lambda_P^2} J_{5-1-8} \end{array}\right)$$

$$C_{T5-3} = -2\pi D_3 \frac{\overline{v_{nc}\dot{\omega}_z\cos\vartheta}}{U_0^2 U_c} \quad -2\pi D_3 \left[-\frac{\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^2 \alpha_0 \lambda_P^2}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)\sqrt{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}}\right] J_{5-3},$$

$$J_{5-3} = \left[\begin{array}{l} J_{5-3-1} + \dfrac{2}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)} J_{5-1-3} - \dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P} J_{5-3-3} + \\ + \dfrac{\alpha_0}{2\lambda_P} J_{5-3-4} + \dfrac{\alpha_0}{\lambda_P\left(2\lambda_P^2+1\right)} J_{5-3-5} - \dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}{4\lambda_P^2} J_{5-3-6} \end{array}\right],$$

$$J_{5-3-1} = \left[\begin{array}{l} 1 - \dfrac{0.75}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)} + \dfrac{0.938}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2} - \dfrac{0.82}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3} + \dfrac{0.923}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^4} - \\ - \dfrac{0.457}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^5} + \dfrac{0.3}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^6} - \dfrac{0.16}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^7} + \dfrac{0.075}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^8} \end{array}\right].$$

$$J_{5-3-3}=\left[\begin{array}{l}1-\frac{0.25}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}+\frac{0.1875}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}-\\ -\frac{0.1172}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}+\frac{0.1025}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}\end{array}\right]$$

$$J_{5-3-4}=\left[\begin{array}{l}1.5-\frac{1.5}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}+\frac{1.64}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}-\frac{1.64}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}+\\ +\frac{1.6919}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}-\frac{0.9131}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5}+\frac{0.5628}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6}-\frac{0.32}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7}+\frac{0.1423}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8}\end{array}\right]$$

$$J_{5-3-5}=\left[\begin{array}{l}0.5-\frac{0.3125}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}+\frac{0.5469}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}-\frac{0.41}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}+\frac{0.564}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}-\\ -\frac{0.37}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5}+\frac{0.3494}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6}-\frac{0.209}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7}+\frac{0.157}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8}\end{array}\right]$$

$$J_{5-3-6}=1.5-\frac{0.5}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}+\frac{0.3281}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}-\frac{0.2344}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}+\frac{0.1879}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}$$

$$C_{T5-4}=0,$$

$$C_{T5-5}=-2\pi D_5\frac{\overline{\dot{v}_{nc}\omega_z\cos\vartheta}}{U_0^2U_c}\quad -2\pi D_5\left[\frac{\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^2\alpha_0\lambda_P^2}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)\sqrt{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}}\right]J_{5-5},$$

$$J_{5-5}=\left[\begin{array}{l}J_{5-1-2}-\frac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P}J_{5-1-5}+\frac{1}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}J_{5-1-3}\\ -\frac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}{4\lambda_P^2}J_{5-1-8}+\frac{\alpha_0}{2\lambda_P\left(2\lambda_P^2+1\right)}J_{5-5-7}-\frac{\alpha_0^2}{4\lambda_P^2}J_{5-5-8}\end{array}\right].$$

$$J_{5-5-7}=\left[\begin{array}{l}0.5-\frac{0.3125}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}+\frac{0.5469}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}-\frac{0.41}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}+\frac{0.564}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}-\\ -\frac{0.37}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5}+\frac{0.3494}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6}-\frac{0.2094}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7}+\frac{0.157}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8}\end{array}\right]$$

$$J_{5-5-8}=\begin{bmatrix} 0.5-\dfrac{0.1875}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}+\dfrac{0.2344}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}-\dfrac{0.1367}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}+ \\ +\dfrac{0.1538}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}-\dfrac{0.0571}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5}+\dfrac{0.0375}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} \end{bmatrix}$$

$$C_{T5-6}=-2\pi D_6\overline{\left(\omega_z^2\cos\vartheta\right)} \quad -2\pi D_6\left[\frac{2\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^3}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2\sqrt{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}}\right]J_{5-6},$$

$$J_{5-6}=\begin{bmatrix} J_{5-6-1}-\dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{\lambda_P}J_{5-6-2}+\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{4\lambda_P^2}J_{5-6-3}+\dfrac{\alpha_0}{2\lambda_P}J_{5-6-4}- \\ -\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P^2}J_{5-6-5}+\dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{8\lambda_P^3}J_{5-6-6} \end{bmatrix}.$$

$$J_{5-6-1}=J_{5-1-1}$$

$$J_{5-6-2}=J_{5-1-2}$$

$$J_{5-6-3}=J_{5-1-5}$$

$$J_{5-6-4}=J_{5-1-3}$$

$$J_{5-6-5}=J_{5-1-7}$$

$$J_{5-6-6}=J_{5-1-8}$$

$$C_{T5-7}=0\,.$$

$$C_{T5-8}=-2\pi D_8\overline{\left[\frac{\dot{v}_{nc}^2\cos\vartheta}{U_0^2U_c^2}\right]} \quad -2\pi D_8\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^4\lambda_P^5X^2}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3\sqrt{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}}\right]J_{5-8},$$

$$J_{5-8}=\left[\begin{array}{l}
J_{5-8-1}+\dfrac{4}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}J_{5-8-2}+\dfrac{4}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}J_{5-8-3}-\dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}{\lambda_P}J_{5-8-4}-\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P}J_{5-8-5}+\\
+\dfrac{\alpha_0}{2\lambda_P}J_{5-8-6}+\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}J_{5-8-7}+\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}J_{5-8-8}+\dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}{16\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^5X^2}J_{5-8-9}-\\
-\dfrac{\alpha_0^2}{\lambda_P^2}J_{5-8-10}-\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}{2\lambda_P^2}J_{5-8-11}+\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}{8\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^4X^2}J_{5-8-12}+\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3}{8\left(Sh_0\right)^2X^2}J_{5-1-5}+\\
+\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}{4\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^4X^2}J_{5-1-7}+\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}{4\lambda_P^2X^2}J_{5-3-1}+\dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3}{16\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^5X^2}J_{5-1-8}+\dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}{4\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^5X^2}J_{5-1-7}+\\
+\dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}{8\lambda_P^3X^2}J_{5-3-3}
\end{array}\right.$$

$$J_{5-8-1}=\left[\begin{array}{l}
1-\dfrac{1.75}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}+\dfrac{3.9375}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}-\dfrac{5.4143}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3}+\dfrac{8.798}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^4}-\dfrac{10.139}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^5}+\\
+\dfrac{12.48}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^6}-\dfrac{12.25}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^7}+\dfrac{12.58}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^8}-\dfrac{10.295}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^9}+\dfrac{8.44}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^{10}}
\end{array}\right],$$

$$J_{5-8-2}=\left[0.5+\dfrac{1.547}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}+\dfrac{3.142}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^4}+\dfrac{4.616}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^6}+\dfrac{5.1}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^8}+\dfrac{4.064}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^{10}}\right],$$

$$J_{5-8-3}=\left[\begin{array}{l}
0.5+\dfrac{0.688}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}+\dfrac{2.234}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}+\dfrac{2.793}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3}+\dfrac{5.935}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^4}+\dfrac{6.889}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^5}+\\
+\dfrac{11.403}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^6}+\dfrac{12.027}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^7}+\dfrac{16.68}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^8}+\dfrac{15.17}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^9}+\dfrac{16.64}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^{10}}
\end{array}\right],$$

$$J_{5-8-4}=\left[\begin{array}{l}
1-\dfrac{1.25}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)}+\dfrac{2.188}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}-\dfrac{2.461}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3}+\dfrac{3.384}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^4}-\\
-\dfrac{2.964}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^5}+\dfrac{2.795}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^6}-\dfrac{2.094}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^7}+\dfrac{1.57}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^8}
\end{array}\right],$$

$$J_{5-8-5}=\left[0.5+\dfrac{0.984}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^2}+\dfrac{1.466}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^4}+\dfrac{1.561}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^6}+\dfrac{1.258}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^8}+\dfrac{0.7}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^{10}}\right],$$

$$J_{5-8-6}=\left[\begin{array}{l}1.5-\frac{3.5}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)}+\frac{6.891}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{2}}-\frac{10.829}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{3}}+\frac{16.13}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{4}}-\frac{20.278}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{5}}+\\+\frac{23.409}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{6}}-\frac{24.5}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{7}}+\frac{23.898}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{8}}-\frac{20.59}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{9}}+\frac{16.176}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{10}}\end{array}\right],$$

$$J_{5-8-7}=\left[\begin{array}{l}0.5-\frac{0.563}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)}+\frac{1.547}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{2}}-\frac{1.676}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{3}}+\frac{3.142}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{4}}-\frac{3.192}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{5}}+\\+\frac{4.616}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{6}}-\frac{4.241}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{7}}+\frac{5.103}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{8}}-\frac{4.131}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{9}}+\frac{4.064}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{10}}\end{array}\right],$$

$$J_{5-8-8}=\left[0.375+\frac{1.117}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{2}}+\frac{2.226}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{4}}+\frac{3.421}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{6}}+\frac{4.17}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{8}}+\frac{3.56}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{10}}\right].$$

$$C_{T5-9}=-2\pi D_{9}\overline{\left[\frac{\dot{v}_{nc}\dot{\omega}_{z}\cos\vartheta}{U_{0}^{2}U_{c}^{2}}\right]}\quad-2\pi D_{9}\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_{0}\right)^{4}\lambda_{P}^{5}X}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{3}\sqrt{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)}}\right]J_{5-9},$$

$$J_{5-9}=\left[\begin{array}{l}J_{5-9-1}+\frac{4}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)}J_{5-9-2}-\frac{\alpha_{0}\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)}{\lambda_{P}}J_{5-9-3}+\frac{4}{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{2}}J_{5-9-4}-\\-\frac{\alpha_{0}}{2\lambda_{P}}J_{5-9-5}+\frac{\alpha_{0}}{2\lambda_{P}}J_{5-9-6}+\frac{16\alpha_{0}}{\lambda_{P}\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)}J_{5-9-7}+\frac{2\alpha_{0}}{\lambda_{P}\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^{2}+1\right)^{2}}J_{5-9-8}\end{array}\right],$$

$$J_{5-9-1}=J_{5-8-1},$$

$$J_{5-9-2}=J_{5-8-2},$$

$$J_{5-9-3}=J_{5-8-4},$$

$$J_{5-9-4}=J_{5-8-3},$$

$$J_{5-9-5}=J_{5-8-5},$$

$$J_{5-9-6}=J_{5-8-6},$$

$$J_{5-9-7}=J_{5-8-7},$$

$$J_{5-9-8}=J_{5-8-8}.$$

$$C_{T5-10}=-2\pi D_{10}\left[\overline{\frac{\dot{\omega}_z^2\cos\vartheta}{U_0^2U_c^2}}\right]\quad -2\pi D_{10}\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^4\lambda_P^5}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^3\sqrt{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)}}\right]J_{5-10},$$

$$J_{5-10}=\left[\begin{array}{l} J_{5-10-1}+\dfrac{4}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)}J_{5-10-2}+\dfrac{4}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^2}J_{5-10-3}-\dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)}{\lambda_P}J_{5-10-4}- \\ -\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P}J_{5-10-5}+\dfrac{\alpha_0}{2\lambda_P}J_{5-10-6}+\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)}J_{5-10-7}+\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^2}J_{5-10-8}- \\ -\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P^2}J_{5-10-9}-\dfrac{\alpha_0^2}{\lambda_P^2}J_{5-10-10}+\dfrac{\alpha_0^2\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{4\lambda_P^2}J_{5-10-11}+\dfrac{\alpha_0^3\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{8\lambda_P^3}J_{5-10-12} \end{array}\right]$$

$$J_{5-10-1}=J_{5-9-1},$$

$$J_{5-10-2}=J_{5-9-2},$$

$$J_{5-10-3}=\left[\begin{array}{l} 0.5+\dfrac{0.688}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)}+\dfrac{1.5469}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^2}+\dfrac{2.793}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^3}+\dfrac{5.1421}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^4}+\dfrac{6.882}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^5}+ \\ +\dfrac{11.4}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^6}+\dfrac{12.027}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^7}+\dfrac{16.68}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^8} \end{array}\right],$$

$$J_{5-10-4}=J_{5-9-3},$$

$$J_{5-10-5}=\left[0.5+\frac{0.9844}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^2}+\frac{1.4663}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^4}+\frac{1.561}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^6}+\frac{1.1845}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2+1\right)^8}\right],$$

$$J_{5-10-6}=J_{5-9-6},$$

$$J_{5-10-7} = J_{5-9-7},$$

$$J_{5-10-8} = J_{5-9-8}.$$

$$J_{5-10-9} = \left[\begin{array}{l} 1.5 - \dfrac{2.5}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} + \dfrac{3.8281}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} - \dfrac{4.9219}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} + \dfrac{6.2036}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} - \\ - \dfrac{5.9277}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5} + \dfrac{5.2414}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} - \dfrac{4.187}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7} + \dfrac{2.9831}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8} \end{array} \right]$$

$$J_{5-10-10} = \left[\begin{array}{l} 0.5 - \dfrac{0.4375}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} + \dfrac{0.9844}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} - \dfrac{0.9023}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} + \dfrac{1.4663}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} - \\ - \dfrac{1.2677}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5} + \dfrac{1.561}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6} - \dfrac{1.2255}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^7} + \dfrac{1.1845}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8} \end{array} \right]$$

$$J_{5-10-11} = J_{5-3-1}$$

$$J_{5-10-12} = J_{5-10-9}$$

Одна из составляющих коэффициента мощности, включающая индуктивное сопротивление, имеет вид

$$C_{P6} = \frac{2}{\rho S U_0^3} \overline{X_{ic} V_{yc} \sin\vartheta}. \tag{13}$$

Раскрыв выражение (13), получим

$$C_{P6} = \frac{2\pi}{U_0^3} \left(\begin{array}{l} D_1 \overline{V_{yc} v_{nc}^2 \sin\vartheta} + D_2 \overline{V_{yc} v_{nc} \omega_z \sin\vartheta} + D_3 \overline{\dfrac{V_{yc} v_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c} \sin\vartheta} + D_4 \overline{\dfrac{V_{yc} v_{nc} \dot{v}_{nc}}{U_c} \sin\vartheta} + \\ + D_5 \overline{\dfrac{V_{yc} \dot{v}_{nc} \omega_z}{U_c} \sin\vartheta} + D_6 \overline{V_{yc} \omega_z^2 \sin\vartheta} + D_7 \overline{\dfrac{V_{yc} \omega_z \dot{\omega}_z}{U_c} \sin\vartheta} + D_8 \overline{\dfrac{V_{yc} \dot{v}_{nc}^2}{U_c^2} \sin\vartheta} + \\ + D_9 \overline{\dfrac{V_{yc} \dot{v}_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c^2} \sin\vartheta} + D_{10} \overline{\dfrac{V_{yc} \dot{\omega}_z^2}{U_c^2} \sin\vartheta} \end{array} \right) \tag{14}$$

Это выражение можно представить в форме

$$C_{P6} = C_{P6-1} + C_{P6-2} + C_{P6-3} + C_{P6-4} + C_{P6-5} + C_{P6-6} + C_{P6-7} + C_{P6-8} + C_{P6-9} + C_{P6-10}$$

Входящие в правую часть коэффициенты имеют вид:

$$C_{P6-1} = 2\pi D_1 \left[\frac{\overline{V_{yc} v_{nc}^2 \sin \vartheta}}{U_0^3} \right] = 2\pi D_1 \left[\frac{\sqrt{2} \left(Sh_0 \right)^2 \lambda_P X^2}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^2 \sqrt{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)}} \right] I_{6-1},$$

$$I_{6-1} = \left[\begin{aligned} & I_{6-1-1} - \frac{\alpha_0 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)}{\lambda_P} I_{6-1-2} + 2\alpha_0 \lambda_P I_{6-1-3} - \alpha_0 \lambda_P I_{6-1-4} \\ & + \frac{\alpha_0^2 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^3}{8 \left(Sh_0 \right)^2 \lambda_P^4 X^2} I_{6-1-5} + \frac{\alpha_0^2 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^2}{4\lambda_P^2} I_{6-1-6} - 2\alpha_0^2 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right) I_{6-1-7} \\ & + \frac{\alpha_0^3 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^2}{2\lambda_P} I_{6-1-8} - \frac{\alpha_0^3 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^3}{8 \left(Sh_0 \right)^2 \lambda_P^3 X^2} I_{6-1-9} - \frac{\alpha_0^4 \left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^2}{2} I_{6-1-10} \end{aligned} \right],$$

$$I_{6-1-1} = J_{5-1-3},$$

$$I_{6-1-2} = J_{5-1-7},$$

$$I_{6-1-3} = J_{5-1-3},$$

$$I_{6-1-4} = J_{5-1-3}.$$

$$I_{6-1-5} = \left(1.5 + \frac{0.5}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)} - \frac{0.1094}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^2} + \frac{0.0469}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^3} - \frac{0.0268}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^4} + \frac{0.0171}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^5} - \frac{0.012}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^6} \right),$$

$$I_{6-1-6} = J_{5-1-8},$$

$$I_{6-1-7} = J_{5-1-7},$$

$$I_{6-1-8} = J_{5-3-5},$$

$$I_{6-1-9} = J_{5-1-7},$$

$$I_{6-1-10} = J_{5-1-3}.$$

$$C_{P6-2} = 0$$

$$C_{P6-3} = 2\pi D_3 \left[\frac{\overline{V_{yc} v_{nc} \dot{\omega}_z \sin \vartheta}}{U_0^3 U_c} \right] = 2\pi D_3 \left[\frac{4\sqrt{2} \left(Sh_0 \right)^4 \alpha_0 \lambda_P^4 X^2}{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)^3 \sqrt{\left(2\lambda_{\text{P}}^2 + 1 \right)}} \right] I_{6-3},$$

$$I_{6-3}=\left[\begin{array}{l}-\frac{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{2}}{8\left(Sh_{0}\right)^{2}\lambda_{P}^{4}X^{2}}I_{6-3-1}-\frac{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}{4\left(Sh_{0}\right)^{2}\lambda_{P}^{4}X^{2}}I_{6-3-2}+\frac{\alpha_{0}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{3}}{16\left(Sh_{0}\right)^{2}\lambda_{P}^{5}X^{2}}I_{6-3-3}+\\+\frac{\alpha_{0}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{2}}{8\left(Sh_{0}\right)^{2}\lambda_{P}^{3}X^{2}}I_{6-3-4}+\frac{\alpha_{0}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}{4\left(Sh_{0}\right)^{2}\lambda_{P}^{3}X^{2}}I_{6-3-5}-\frac{\alpha_{0}^{2}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{3}}{16\left(Sh_{0}\right)^{2}\lambda_{P}^{4}X^{2}}I_{6-3-6}-\\-\frac{\lambda_{P}}{\alpha_{0}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}I_{6-3-7}+I_{6-3-8}-\frac{\alpha_{0}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}{4\lambda_{P}}I_{6-3-9}+\frac{\alpha_{0}^{2}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{2}}{8\lambda_{P}}I_{6-3-10}+\\+\frac{\lambda_{P}^{2}}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}I_{6-3-11}-\lambda_{P}I_{6-3-12}+\frac{\alpha_{0}^{2}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}{4}I_{6-3-13}-\frac{\alpha_{0}\lambda_{P}}{2}I_{6-3-14}+\\+\frac{\alpha_{0}^{2}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)}{2}I_{6-3-15}-\frac{\alpha_{0}^{3}\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{2}}{8\lambda_{P}}I_{6-3-16}\end{array}\right],$$

$$I_{6-3-1}=J_{5-3-4}$$

$$I_{6-3-2}=J_{5-3-5},$$

$$I_{6-3-3}=J_{5-3-6},$$

$$I_{6-3-4}=J_{5-3-4},$$

$$I_{6-3-5}=J_{5-3-5},$$

$$I_{6-3-6}=J_{5-3-6}$$

$$I_{6-3-7}=\left[0.5+\frac{1.5463}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{2}}+\frac{3.1421}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{4}}+\frac{4.6172}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{6}}+\frac{5.1789}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{8}}+\frac{4.0626}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{10}}\right],$$

$$I_{6-3-8}=\left[0.5+\frac{0.9844}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{2}}+\frac{1.4663}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{4}}+\frac{1.561}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{6}}+\frac{1.1845}{\left(2\lambda_{\text{P}}^{2}+1\right)^{8}}\right].$$

$$I_{6-3-9}=J_{5-1-3},$$

$$I_{6-3-10}=J_{5-1-7},$$

$$I_{6-3-11}=I_{6-3-7}.$$

$$I_{6-3-12}=I_{6-3-8},$$

$$I_{6-3-13}=I_{6-3-9},$$

$$I_{6-3-14} = I_{6-3-8},$$

$$I_{6-3-15} = I_{6-3-9},$$

$$I_{6-3-16} = J_{5-1-7}.$$

$$C_{P6-4} = 2\pi D_4\left[\frac{V_{yc}v_{nc}\dot{v}_{nc}\sin\vartheta}{U_0^3U_c}\right] = 2\pi D_4\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^4\alpha_0\lambda_P^6X^3}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4\sqrt{\left(2\lambda_P^2+1\right)}}\right]I_{6-4}$$

$$I_{6-4} = \left[\begin{array}{l} \dfrac{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}{8\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^6X^2}I_{6-4-1} - \dfrac{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{8\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^6X^2}I_{6-4-2} - \dfrac{1}{\alpha_0\lambda_P}I_{6-4-3} + I_{6-4-4} - \dfrac{1}{2\lambda_P^2}I_{6-4-5} - \\ -\dfrac{2}{\lambda_P\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-4-6} + \dfrac{2}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-4-7} - \dfrac{1}{\lambda_P^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-4-8} + \\ +\dfrac{\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P^2}I_{6-4-9} + \dfrac{\left(2\lambda_P^2+1\right)}{\lambda_P^2}I_{6-4-10} + \dfrac{2}{\lambda_P^2}I_{6-4-11} - \dfrac{\left(2\lambda_{\mathrm{P}}^2+1\right)^3}{8\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^6X^2}I_{6-4-12} \end{array}\right]$$

$$I_{6-4-1} = I_{6-1-3},$$

$$I_{6-4-2} = I_{6-3-6},$$

$$I_{6-4-3} = J_{5-8-2},$$

$$I_{6-4-4} = J_{5-8-2},$$

$$I_{6-4-5} = J_{5-8-7},$$

$$I_{6-4-6} = J_{5-8-3},$$

$$I_{6-4-7} = J_{5-8-3},$$

$$I_{6-4-8} = J_{5-8-8},$$

$$I_{6-4-9} = J_{5-8-5},$$

$$I_{6-4-10} = J_{5-8-5},$$

$$I_{6-4-11} = I_{6-3-8}.$$

$$I_{6-4-12} = I_{6-3-1}$$

$$C_{P6-5} = 2\pi D_5\left[\frac{V_{yc}\dot{v}_{nc}\omega_z\sin\vartheta}{U_0^3U_c}\right] = 2\pi D_5\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^4\alpha_0\lambda_P^6X^2}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4\sqrt{\left(2\lambda_P^2+1\right)}}\right]I_{6-5},$$

$$I_{6-5}=\left[\begin{array}{l}\frac{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3}{8\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^6X^2}I_{6-5-1}+\frac{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}{8\left(Sh_0\right)^2\lambda_P^6X^2}I_{6-5-2}+\frac{1}{\alpha_0\lambda_P}I_{6-5-3}-\frac{2}{\lambda_P\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-5-4}+\\+I_{6-5-5}+\frac{2}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-5-6}+\frac{1}{2\lambda_P^2}I_{6-5-7}-\frac{1}{\lambda_P^2\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-5-8}+\frac{\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P^2}I_{6-5-9}+\\+\frac{1}{\lambda_P^2}I_{6-5-10}\end{array}\right],$$

$$I_{6-5-1}=I_{6-1-3},$$

$$I_{6-5-2}=I_{6-3-6},$$

$$I_{6-5-3}=J_{5-8-2},$$

$$I_{6-5-4}=J_{5-8-3},$$

$$I_{6-5-5}=J_{5-8-2},$$

$$I_{6-5-6}=J_{5-8-3},$$

$$I_{6-5-7}=J_{5-8-7},$$

$$I_{6-5-8}=J_{5-8-8},$$

$$I_{6-5-9}=J_{5-8-5},$$

$$I_{6-5-10}=I_{6-3-8},$$

$$C_{P6-6}=2\pi D_6\left[\frac{V_{yc}\omega_z^2\sin\vartheta}{U_0^3}\right]=2\pi D_6\left[\frac{\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^2\lambda_P}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2\sqrt{\left(2\lambda_P^2+1\right)}}\right]I_{6-6},$$

$$I_{6-6}=\left[I_{6-6-1}-\frac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{\lambda_P}I_{6-6-2}-\alpha_0\lambda_PI_{6-6-3}\right],$$

$$I_{6-6-1}=J_{5-1-3},$$

$$I_{6-6-2}=I_{6-1-3},$$

$$I_{6-6-3}=J_{5-1-3}.$$

$$C_{P6-7}=2\pi D_7\left[\frac{V_{yc}\omega_z\dot{\omega}_z\sin\vartheta}{U_0^3U_c}\right]=2\pi D_7\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^4\lambda_P^5X}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4\sqrt{\left(2\lambda_P^2+1\right)}}\right]I_{6-7},$$

$$I_{6-7}=\begin{bmatrix} -I_{6-7-1}+\dfrac{\alpha_0}{2\lambda_P}I_{6-7-2}+\dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{\lambda_P}I_{6-7-3}-\dfrac{4}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-7-4}-\dfrac{\alpha_0}{\lambda_P\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-7-5}+ \\ +\dfrac{2\alpha_0}{\lambda_P}I_{6-7-6}+\dfrac{\alpha_0\left(2\lambda_P^2+1\right)}{2\lambda_P}I_{6-7-7}+\alpha_0\lambda_P I_{6-7-8}+\dfrac{2\alpha_0\lambda_P}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-7-9} \end{bmatrix},$$

$$I_{6-7-1}=J_{5-8-2},$$

$$I_{6-7-2}=J_{5-8-7},$$

$$I_{6-7-3}=J_{5-8-5},$$

$$I_{6-7-4}=\left[0.5+\frac{2.234}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}+\frac{5.935}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4}+\frac{11.403}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^6}+\frac{16.68}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^8}+\frac{16.64}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^{10}}\right],$$

$$I_{6-7-5}=J_{5-8-8},$$

$$I_{6-7-6}=J_{5-8-3},$$

$$I_{6-7-7}=J_{5-8-5},$$

$$I_{6-7-8}=J_{5-8-2},$$

$$I_{6-7-9}=J_{5-8-3}.$$

$$C_{P6-8}=2\pi D_8\left[\frac{V_{yc}\dot{v}_{nc}^2\sin\vartheta}{U_0^3U_c^2}\right]=2\pi D_8\left[\frac{4\sqrt{2}\left(Sh_0\right)^4\alpha_0\lambda_P^4X^2}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3\sqrt{\left(2\lambda_P^2+1\right)}}\right]I_{6-8},$$

$$I_{6-8}=\left[I_{6-8-1}+\frac{1}{\left(2\lambda_P^2+1\right)}I_{6-8-2}+\frac{8\lambda_P^2}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2}I_{6-8-3}\right],$$

$$I_{6-8-1}=J_{5-8-6},$$

$$I_{6-8-2}=J_{5-8-7},$$

$$I_{6-8-3}=J_{5-8-8},$$

$$C_{P6-9}=C_{P6-10}=0$$

Для чисто линейных и угловых колебаний будем иметь:
Для линейных колебаний ($\vartheta=0$)

$$C_{T5-1} = -2\pi D_1 \left(\frac{1}{2\lambda_P^2} \right),$$

$$C_{T5-2} = C_{T5-3} = C_{T5-4} = C_{T5-5} = C_{T5-6} = C_{T5-7} = C_{T5-9} = C_{T510} = 0,$$

$$C_{T5-8} = -2\pi D_8 \left\{ \frac{1}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} \left[1 + \frac{0.5}{\left(2\lambda_P^2+1\right)} + \frac{0.5}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^2} + \frac{0.375}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^3} + \frac{0.17}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^4} + \frac{0.073}{\left(2\lambda_P^2+1\right)^5} \right] \right\},$$

$$C_{P6} = 0.$$

Для угловых колебаний ($\lambda_P = \infty$)

$$C_{T5} = 0,$$
$$C_{P6} = 0.$$

X – относительное расстояние от оси вращения до центра крыла $\left(X = \frac{x}{b} \right)$, x – абсолютное расстояние от оси вращения до центра крыла (положительное, если ось вращения расположена ближе к задней кромке, отрицательное, если ось расположена ближе к передней кромке), $\lambda_P = \frac{U_0}{\omega h_0}$, h_0 - амплитуда линейных колебаний крыла, $\omega = 2\pi f$, f – частота

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белоцерковский С.М.* // Тр. ЦАГИ. 1958. Вып.725. С. 5.
2. *Некрасов А.И.* Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Изд-во АН СССР. 1947.
3. *Пушков С.Г., Романенко Е.В.* // Успехи соврем. Биологии. 2000. Т. 120. № 2. С. 207.
4. *Пушков С.Г., Романенко Е.В. Лопатин В.Н.* // Успехи соврем. Биологии. 2006. Т. 126. № 3. С. 318.
5. *С.Г. Пушков*., *Е.В Романенко., В.Н. Лопатин.* // Успехи соврем. Биологии. 2009. Т. 129. № 1. С. 104.
6. *Романенко Е.В*. Гидродинамика рыб и дельфинов. М.: КМК. 2001. 412 с.
7. *Романенко Е.В., Пушков С.Г.* // Докл. РАН. 1998. Т. 358. № 2. С. 274.

8. *Романенко Е.В., Пушков С.Г.* // ж. Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2008. № 2. С. 13.
9. *Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н.* // Успехи соврем. Биологии. 2005. Т. 125. № 5. С. 478.
10. *Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н.* // Успехи соврем. Биологии. 2007. Т. 127. № 3. С. 299.
11. *Седов Л.И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966.
12. *Romanenko E.V.* Fish and Dolphin Swimming. Sofia-Moscow. Pensoft. 2002. 430 p.