

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ЭКОЛОГИИ И ЭВОЛЮЦИИ ИМ. А.Н. СЕВЕРЦОВА
(ИПЭЭ РАН)

УДК 577.31 599:591.185.5+591.485

Государственный регистрационный номер ЦИТиС 01201456682

Инв. №

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИПЭЭ РАН

академик Д.С. Павлов

«11» декабря 2014г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
По проекту РФФИ №14-04-00042.
(годовой)

Руководитель проекта

Романенко Е.В.

МОСКВА 2014

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель проекта	
Главный научный сотрудник	Романенко Е.В.
Исполнители:	
Главный научный сотрудник	Пушков С.Г.
Старший научный сотрудник	Лопатин В.Н.

РЕФЕРАТ

Разработан инженерный метод расчета, позволяющий достаточно точно и с наименьшими затратами времени оценить силовые и моментные характеристики двухсекционного бесконечного жесткого крыла.

Некоторые основные положения метода представлены в настоящем отчете для двухсекционного крыла, как простейшей модели гибкого крыла. Рассмотрен вариант кинематических параметров движения крыла, когда по гармоническому закону изменяются линейные движения крыла и угол его наклона к горизонтальной оси при произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями. Приведен вариант формул для частного случая фазового сдвига, составляющего 90^0 . Рассмотрены случаи чисто линейных и чисто угловых колебаний крыла. Дана сравнительная оценка тяги недеформированного и деформированного крыльев.

СОДЕРЖАНИЕ

	ВВЕДЕНИЕ	6
	ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	8
<i>1</i>	<i>Постановка задачи.</i>	8
<i>2</i>	<i>Тяга крыла</i>	11
<i>3</i>	<i>Двухсекционное крыло</i>	15
<i>4</i>	<i>Тяга деформированного крыла</i>	18
<i>5</i>	<i>Алгоритм численного решения</i>	31
<i>6</i>	<i>Оценка тяги бесконечного деформированного двухсекционного крыла, моделирующего хвостовую лопасть дельфина</i>	32
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	43
	<i>Популярная форма отчета</i>	45
	<i>Аннотации публикаций, подготовленных в 2014 году и находящихся в печати</i>	46
	Форма 503. РАЗВЕРНУТЫЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ	47

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

КПД – коэффициент полезного действия.

КТ – коэффициент тяги.

КМ – коэффициент мощности.

ИС – индуктивное сопротивление.

ПС – подсосывающая сила.

ВВЕДЕНИЕ

В теории нестационарной аэро- гидродинамики крыла краевые задачи, как правило, сводят к решению интегральных уравнений, которые далее решаются либо численными методами (чаще всего) либо аналитическими (в некоторых частных случаях) [1-6]. В книгах [7,8] изложены некоторые численные методы решения сингулярных интегральных уравнений теории крыла.

Возможности аналитических методов весьма ограничены. Они разработаны достаточно подробно лишь для бесконечных крыльев (плоская задача) в линейной постановке. Для крыльев конечного размаха есть решения только для весьма малых удлинений, в случаях очень малых и очень больших значений числа Струхалия.

Важно отметить, что все решения даже в нелинейной постановке задачи не в полной мере описывают особенности обтекания крыла, формирования вихревого следа при нестационарном движении. Таким образом, при достаточно большой сложности используемых методов расчета, решения для аэро-гидродинамических характеристик крыла, тем не менее, в каждом конкретном случае являются лишь некоторым приближением. Одновременно имеющиеся частные решения задачи, порой проблематично применить для расчетов в конкретных случаях кинематики движения крыла определенной формы.

Вместе с тем, целый ряд прикладных задач, касающихся гидроплавания и полета летательных аппаратов, требуют разработки инженерных методов расчета, позволяющих достаточно точно и с наименьшими затратами времени оценить силовые и моментные характеристики крыла в рассматриваемом случае движения при доступных алгоритмах расчета. Такая задача была поставлена прежде всего в интересах изучения вопросов гидробионики, гидродинамики плавания дельфинов и рыб, оценки пропульсивных характеристик крыльевых движителей.

В основу решения задачи были положены модели разделения гидродинамических сил на циркуляционные и инерционные составляющие, а также линейные выражения для гидродинамических характеристик крыла с использованием коэффициентов аэродинамических (вращательных) производных [3]. Такой подход к решению задачи представляется перспективным, поскольку имеется достаточно обширная база данных по коэффициентам аэродинамических производных крыла различной формы, полученная численными методами в линейной постановке задачи, и появляется возможность получить

относительно простые расчетные формулы для оценки гидродинамических сил и КПД, развиваемых жестким плоским крылом (недеформируемым и деформируемым).

Некоторые основные положения и результаты решения представлены в настоящем отчете для двухсекционного крыла, как простейшей модели гибкого крыла. Рассмотрен вариант кинематических параметров движения крыла, когда по гармоническому закону изменяются линейные движения крыла и угол его наклона к горизонтальной оси при произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями. Приведен вариант формул для частного случая фазового сдвига, составляющего 90^0 . Рассмотрены случаи чисто линейных и чисто угловых колебаний крыла.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 Постановка задачи

Рассмотрим решение плоской (двумерной) малоамплитудной задачи о неустановившемся движении тонкого профиля, которое было изложено в частности в работах [1,2]. В случае малых колебаний профиля относительно некоторого основного движения авторами были получены выражения для гидродинамических сил, допускающие простое физическое толкование.

Пусть имеется тонкое крыло, движущееся в безграничном объеме невязкой жидкости, покоящейся на бесконечности, и движение крыла можно представить в виде основного движения со скоростью U_0 и наложенного на него добавочного движения с малыми перемещениями и скоростями. При рассмотрении движения крыла в подвижной системе координат XOY , движущейся со скоростью U_0 , полагалось, что при колебаниях с задней кромки профиля сходит линия разрыва скоростей или вихревая пелена и на задней кромке выполняется условие Чаплыгина-Жуковского о конечности скорости. При этом были получены следующие интегральные уравнения для подъемной силы Y , нормальной к линии профиля, и подсосывающей силы X , направленной вдоль линии профиля:

$$Y = -\lambda_{22} \frac{dv_n}{dt} - \rho \pi b U_0 (v_n - b \omega_z / 4) - \rho \frac{b}{2} U_0 \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}}, \quad (1)$$

$$X = \rho \pi b \left(v_n - (1/2\pi) \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}} \right)^2.$$

где $\lambda_{22} = \rho \pi (b/2)^2$ - присоединенная масса профиля, $b/2$ - половина хорды, v_n - нормальная скорость в центре профиля, $\omega_z = d\mathcal{A}/dt$ - угловая скорость, $\mathcal{A}(t)$ - угол наклона крыла к горизонтальной оси, $\gamma(\xi, t)$ - вихревая интенсивность в следе на расстоянии ξ от центра крыла.

Несложными преобразованиями выражения (1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
Y &= -\lambda_{22} \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \Gamma \\
X &= \lambda_{22} v_n \omega_z + \rho v_n \Gamma - \rho \pi b u_* (v_n - u_*).
\end{aligned}
\tag{2}$$

Здесь величину $\Gamma = \pi b \left(v_n - \frac{b \omega_z}{4} - u_* \right)$ можно рассматривать как присоединенную циркуляцию, а $u_* = -\frac{1}{2\pi} \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}}$ как некоторую эффективную вызванную скорость, обусловленную наличием за крылом вихревой пелены.

Теперь рассмотрим задачу о неустановившемся движении крыла конечного размаха (Рисунок 1), в постановке, аналогичной постановке в плоской задаче. При этом пусть форма крыла в плане будет симметрична относительно центральной линии OZ . Будем полагать, что в случае неустановившегося движения крыла конечного размаха влияние следа на гидродинамические характеристики крыла можно так же, как в плоской задаче, учесть введением некоторой эффективной индуцируемой скорости. При этом будем считать применимым метод плоских сечений и будем допускать справедливость соотношений, аналогичных (1)

$$\begin{aligned}
Y &= -\lambda_{22} \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \int_{-l}^l \Gamma(z) dz, \\
X &= \lambda_{22} v_n \omega_z + \rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i,
\end{aligned}
\tag{3}$$

где λ_{22} - присоединенная масса ограниченного крыла, $X_i = \rho \pi \int_{-l}^l b(z) f_*(z) (v_n - f_*(z)) dz$ - индуктивное "сопротивление", f_* - некоторая эффективная скорость, индуцируемая вихревой пеленой, остающейся в следе, v_n - нормальная скорость крыла в точках оси симметрии крыла OZ , $b(z)$ - хорда крыла в сечении $z = \text{const}$, l - полуразмах крыла.

Так как v_n не зависит от z , для X_i можно сделать оценку "сверху":

$$X_i \leq \rho \pi S \frac{v_n^2}{4},
\tag{4}$$

где S - площадь одной стороны крыла.

До сих пор мы рассматривали случай малоамплитудных колебаний бесконечного крыла и крыла конечного размаха. Теперь перейдем к случаю больших амплитуд колебаний крыла.

Рассмотрим движение крыла конечного размаха в неограниченном объеме невязкой жидкости. Пусть форма крыла в плане является симметричной относительно оси OZ и в системе координат $OXYZ$, движущейся с постоянной скоростью U_0 в направлении OX . Движение крыла задается законом колебаний $y=y(t)$, $\alpha = \alpha(t)$ и $\mathcal{G}=\mathcal{G}(t)$ (Рис. 1), y – линейные колебания крыла, \mathcal{G} - угол наклона крыла к плоскости OXY , α - угол атаки. Будем допускать, что при больших амплитудах поперечных и угловых колебаний, мгновенные значения угла атаки являются малыми величинами и характер обтекания крыла является безотрывным.

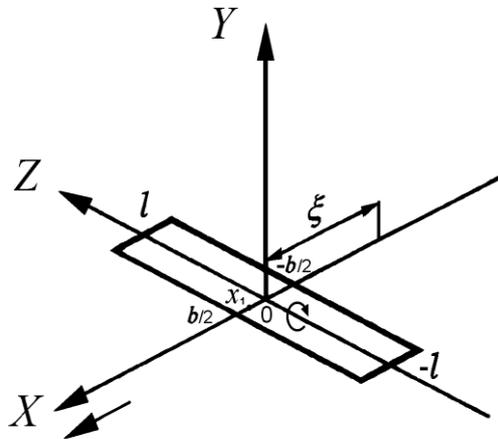


Рис. 1. - Схема, поясняющая постановку задачи

Тогда, исходя из физических закономерностей, для составляющих гидродинамических сил в рассматриваемом случае будут справедливы соотношения, аналогичные (3):

$$\begin{aligned}
 Y &= -\lambda_{22} \frac{dv_n}{dt} - \rho U \cos \alpha \int_{-l}^l \Gamma(z) dz, \\
 X &= \lambda_{22} v_n \omega_z + \rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - Xi.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Подъемная сила Y , нормальная к плоскости крыла, включает составляющую, обусловленную влиянием инерционности среды, и циркуляционную составляющую. Вектор подсосывающей силы X в плоскости крыла перпендикулярен оси OZ . Величина X определяется значениями инерционного члена $\lambda_{22}v_n\omega_z$, циркуляционного $\rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz$ и индуктивного сопротивления X_i . Циркуляционные составляющие в соотношениях для подъемной и подсосывающей сил являются соответствующими проекциями силы Жуковского $\rho U \int_{-l}^l \Gamma(z) dz$, нормальной к вектору мгновенной скорости движения крыла.

В выражениях (5): U - абсолютная скорость движения крыла (относительно неподвижной жидкости); v_n - нормальная к плоскости крыла составляющая скорости U ; λ_{22} - присоединенная масса крыла; Γ - циркуляция в сечении крыла Z ; ρ - плотность жидкости; $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$.

Величина v_n определена в точках оси симметрии крыла OZ .

$$v_n = V_y \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta = U \sin \alpha, \quad (6)$$

где $V_y = dy/dt$, α - мгновенный угол атаки крыла.

2 Тяга крыла

Проекция гидродинамических сил на ось OX (сила тяги), будет иметь вид:

$$F_x = X \cos \vartheta - Y \sin \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta. \quad (7)$$

Здесь $C = 2(C_x + C_{p0})$, C_x - коэффициент сопротивления трения, C_{p0} - коэффициент сопротивления формы крыла.

На основании (5) и (7) выражение для силы тяги F_x можно представить в виде:

$$F_x = \lambda_{22} \frac{d(v_n \sin \vartheta)}{dt} + \rho V_y \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta. \quad (8)$$

Из последнего соотношения следует, что при периодическом законе колебаний, среднее за период колебания крыла значение тяги $\overline{F_x}$ будет в основном определяться циркуляционным членом и индуктивным сопротивлением.

В линейном приближении для подъемной силы Y может быть сделана следующая оценка [7]:

$$Y = -\lambda_{22} \frac{dv_n}{dt} - \rho U \cos \alpha \int_{-l}^l \Gamma(z) dz = \frac{\rho U^2}{2} S \left(\begin{array}{l} -C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} + \\ + C_y^\delta \delta + C_y^{\dot{\delta}} \frac{\dot{\delta} b}{U} \end{array} \right). \quad (9)$$

Здесь $C_y^\alpha, C_y^{\dot{\alpha}}, C_y^{\omega_z}, C_y^{\dot{\omega}_z}, C_y^\delta, C_y^{\dot{\delta}}$ - коэффициенты аэродинамических (вращательных) производных, b и S - хорда и площадь крыла соответственно. При оценках Y примем, что коэффициенты аэродинамических производных являются постоянными в течение периода колебаний, зависящими от числа Струхала, которое имеет вид:

$$Sh_0 = \frac{\omega b}{U_0} \quad (10)$$

Из выражения (9) получим

$$\int_{-l}^l \Gamma(z) dz = -\frac{\lambda_{22} \dot{v}_n}{\rho U \cos \alpha} + \frac{US}{2 \cos \alpha} \left(\begin{array}{l} C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} - \\ - C_y^\delta \delta - C_y^{\dot{\delta}} \frac{\dot{\delta} b}{U} \end{array} \right). \quad (11)$$

С учетом выражения (11) получим формулу для тяги

$$F_x = \lambda_{22} \frac{d(v_n \sin \vartheta)}{dt} - \frac{\lambda_{22} \dot{v}_n V_y}{U \cos \alpha} + \frac{\rho V_y US}{2 \cos \alpha} \left(\begin{array}{l} C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - \\ - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} - C_y^\delta \delta - C_y^{\dot{\delta}} \frac{\dot{\delta} b}{U} \end{array} \right) - \quad (12)$$

$$- X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta.$$

После несложных преобразований с учетом того, что $\frac{V_y}{U} = \sin \theta$, получим

$$F_x = \lambda_{22} \frac{d(v_n \sin \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2 \cos \alpha} \left(C_y^\alpha v_n V_y + b \left(C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) \dot{v}_n \sin \theta - \right. \\ \left. - C_y^{\omega_z} b \omega_z V_y - C_y^{\dot{\omega}_z} b^2 \dot{\omega}_z \sin \theta - C_y^\delta \delta V_y U - C_y^{\dot{\delta}} \dot{\delta} b V_y \right) - \\ - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta, \quad (13)$$

где $\theta = \alpha + \vartheta$ - угол наклона траектории движения крыла.

Соотношение (13) получено в предположении, что кинематические параметры крыла заданы относительно его центра. Однако более интересен общий случай, когда кинематические параметры заданы относительно любой точки продольной оси крыла. Это особенно важно применительно к плаванию дельфинов и рыб с полулунным хвостовым плавником. Существует предположение, что ось вращения хвостовой лопасти дельфина расположена вблизи ее задней кромки [4,5,9] Это подтверждают оценки, сделанные в работах [10,11] (Романенко, 2001; Romanenko, 2002) на основе кинематических параметров, полученных экспериментально.

Пусть в системе координат $OXYZ$, движущейся в направлении оси OX с постоянной скоростью U_0 , движение крыла задано периодическим законом колебаний точки x_1 (Рис. 1): Для оценки гидродинамических сил, развиваемых крылом в этом случае, можно воспользоваться полученным соотношением (11), однако, все необходимые соотношения, описывающие движение крыла, должны быть записаны относительно его центра. Следует отметить, что при больших амплитудах линейных и угловых колебаний получение формул для составляющих гидродинамических сил в зависимости от положения оси вращения крыла только путем стандартного пересчета коэффициентов аэродинамических производных в линейном приближении некорректно.

Закон движения рассматриваемого крыла относительно центра определяется проекциями скоростей центра крыла относительно неподвижной жидкости:

$$V_{xc} = V_0 - \omega_z x \sin \vartheta, \quad (14)$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos \vartheta, \quad (15)$$

где $V_{y1} = \dot{y}(t)$, $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$, $y(t)$ - вертикальные колебания крыла, x — расстояние от центра крыла до точки x_1 . Точка над буквой здесь и далее обозначает производную по времени. Формула (13) будет иметь вид для случая, когда кинематические параметры движения крыла заданы относительно точки x_1 и пересчитаны к центру крыла,

$$F_{xc} = \lambda_{22} \frac{d(v_{nc} \sin \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2 \cos \alpha_c} \left(C_{yc}^\alpha v_{nc} V_{yc} + b \left(C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) \dot{v}_{nc} \sin \theta_c - \right. \\ \left. - C_{yc}^{\omega_z} b \omega_z V_{yc} - C_{yc}^{\dot{\omega}_z} b^2 \dot{\omega}_z \sin \theta_c - C_{yc}^\delta \delta V_y U_c - C_{yc}^{\dot{\delta}} \dot{\delta} b V_{yc} \right) - \\ - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} C \cos \vartheta. \quad (16)$$

Здесь и далее F_{xc} — тяга, λ_{22} — присоединенная масса крыла, v_{nc} — нормальная скорость, ρ — плотность среды, θ_c — угол между набегающим на крыло потоком и горизонтальной осью, C — удвоенная сумма коэффициентов сопротивления трения и формы крыла, U_c — мгновенная скорость потока, набегающего на крыло, X_i — индуктивное сопротивление крыла, b — хорда крыла, $C_{yc}^\alpha, C_{yc}^{\alpha'}, C_{yc}^{\omega_z}, C_{yc}^{\omega_z'}, C_{yc}^\delta, C_{yc}^{\dot{\delta}}$ - аэродинамические производные [3,7]. Формула (16) отличается от формулы (13) наличием индекса «с» у тех величин, которые пересчитаны к центру крыла. Аналогично соотношениям (14) и (15) выпишем выражения для других величин

$$v_{nc} = V_{y1} \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta + \omega_z x = U_c \sin \alpha_c, \quad (17)$$

$$\theta_c = \alpha_c + \vartheta = \arctg(V_{yc} / V_{xc}), \quad (18)$$

$$U_c^2 = V_{yc}^2 + V_{xc}^2, \quad (19)$$

где α_c — угол атаки, пересчитанный к центру крыла.

Угол наклона крыла не имеет индекса «с», так как он одинаков во всех точках крыла, в том числе и в точке x_1 . Поэтому он определяется кинематическими параметрами

именно этой точки (мгновенным углом набегающего потока θ_1 и углом атаки α_1 в точке x_1). Входящие в формулы (14) - (19) величины $\sin \mathcal{G}$ и $\cos \mathcal{G}$ с учетом условия малости угла атаки могут быть записаны в виде:

$$\sin \mathcal{G} \approx \sin \theta_1 - \alpha_1 \cos \theta_1, \quad (20)$$

$$\cos \mathcal{G} \approx \cos \theta_1 + \alpha_1 \sin \theta_1. \quad (21)$$

Здесь

$$\cos \theta_1 = \frac{U_0}{U_1}, \quad (22)$$

$$\sin \theta_1 = \frac{\dot{y}}{U_1}, \quad (23)$$

$$U_1 = \sqrt{U_0^2 + (\dot{y})^2}. \quad (24)$$

Соотношение (16), имеет общий вид и справедливо при любых кинематических параметрах и формах крыла. Оно может быть использовано для оценки тяги крыла методами вычислительной математики, что достаточно громоздко и требует определенной квалификации и навыков. Однако это соотношение может быть преобразовано в относительно простые расчетные формулы путем усреднения за период колебаний в случае гармонических колебаний крыла для конкретного закона линейных и угловых колебаний. Такие преобразования были проведены и получены расчетные формулы для варианта кинематических параметров, характеризующегося гармоническим законом вертикальных и угловых колебаний.

3 Двухсекционное крыло

Рассматриваемый в настоящем отчете вариант деформации характерен для двухсекционного крыла, вписанного в профиль хвостовой лопасти дельфина (Рисунок 2.)

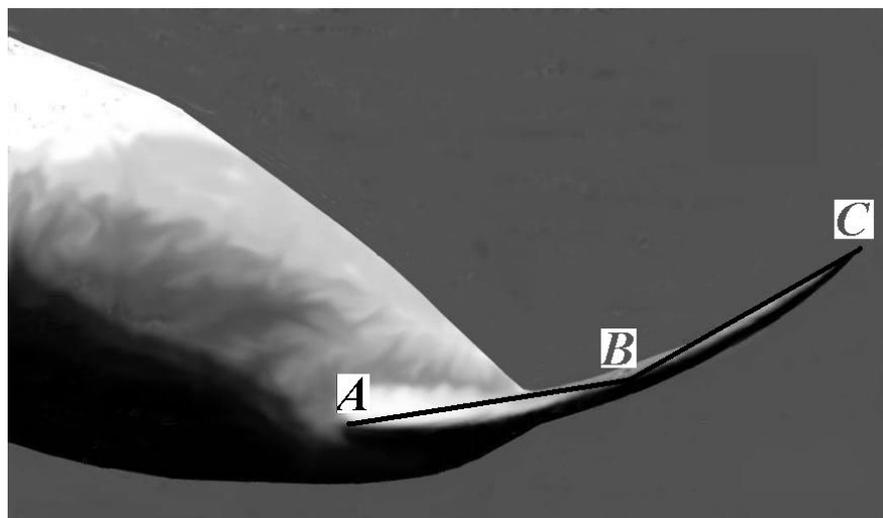


Рисунок 2 - Двухсекционное крыло ABC с шарниром в точке В (BC – подвижная часть).

Ниже показана схема двухсекционного крыла

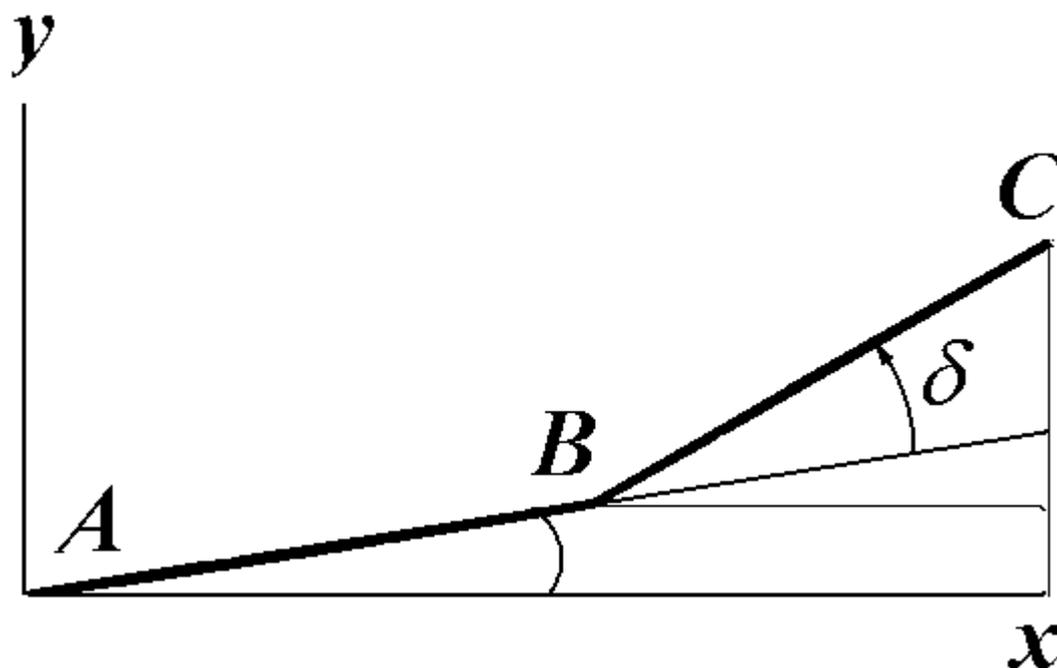


Рисунок 3 - Схема двухсекционного крыла.

Рассмотрим жесткое крыло, часть которого, примыкающая к задней кромке, может отклоняться на некоторый угол. Эта задача является вариантом аэродинамической задачи

о колебаниях крыла с рулем и подробно исследована в работе [16]. Кроме угла отклонения важен еще размер подвижной части в хордах крыла. Этот параметр определяет значения коэффициентов аэродинамических производных, которые табулированы для бесконечного крыла и различных размеров отклоняющейся части [16].

В случае двухсекционного бесконечного крыла аэродинамические производные $C_{yc}^\delta, C_{yc}^{\dot{\delta}}$ можно определить с помощью функций, предложенных Теодорсеном и Кюсснером. Аэродинамические производные, представленные через эти функции, имеют вид [7].

$$C_{y1}^\delta (Sh_0) = 2\Phi_1 F(Sh_0), \quad (25)$$

$$C_{y1}^{\dot{\delta}} (Sh_0) = \frac{1}{2} \left[\Phi_3 + 4\Phi_1 \frac{G(Sh_0)}{Sh_0} \right], \quad (26)$$

$$C_{y2}^{\dot{\delta}} (Sh_0) = \frac{1}{2} \Phi_2 F(Sh_0), \quad (27)$$

$$C_{y2}^{\delta\delta} (Sh_0) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \Phi_4 + 2\Phi_2 \frac{G(Sh_0)}{Sh_0} \right], \quad (28)$$

Значения производных крыла в целом в этом случае определяются формулами

$$C_y^\delta = C_{y1}^\delta - (Sh_0)^2 C_{y2}^{\delta\delta}, \quad (29)$$

$$C_y^{\dot{\delta}} = C_{y1}^{\dot{\delta}} + C_{y2}^{\dot{\delta}}, \quad (30)$$

Здесь $F(Sh_0)$ и $G(Sh_0)$ - действительная и мнимая части функции Теодорсена, Φ_1 – Φ_7 - функции Кюсснера, зависящие от размеров подвижной части крыла.

Особого внимания заслуживает вопрос о знаке угла $\delta(t) = \delta_0 \cos \omega t$ (Рисунок 2). Для случаев, показанных на Рисунках 2. и 3, выбран «минус» по следующим соображениям:

а) При движении крыла вниз или вверх точки подвижной части крыла отстают от соответствующих точек недеформированного крыла.

б) Эксперименты с гибкими крыльями показывают, что в области малых чисел Струхала (таких, как у хвостовой лопасти дельфина) тяга больше, чем у жесткого крыла. Это возможно только при отрицательном значении временной функции, определяющей деформацию.

Здесь будут рассмотрены пока только деформируемые бесконечные крылья (двумерные), моделирующие хвостовую лопасть дельфина, хотя корректнее было бы моделировать трехмерным деформируемым крылом. Однако функции Теодорсена и Кюсснера справедливы исключительно для бесконечных крыльев.

4 Тяга деформируемого крыла

Силу тяги (16) для деформируемого крыла можно записать в виде

$$F_{xc} = \left[\begin{array}{l} \lambda_{22} \frac{d(v_{nc} \sin \vartheta)}{dt} - \frac{\lambda_{22} v_{nc} V_{yc}}{U \cos \alpha_c} + \\ + \frac{\rho V_y U_c S}{2 \cos \alpha_c} \left(C_y^\alpha \frac{v_{nc}}{U_c} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_{nc} b}{U_c^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U_c} - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U_c^2} - C_y^\delta \delta - C_y^{\dot{\delta}} \frac{\dot{\delta} b}{U_c} \right) - \\ - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} \cos \vartheta \end{array} \right]. \quad (16)$$

Рассмотрим общий случай, когда

$$y = y_0 \sin \omega t, \quad (31)$$

$$\vartheta = \vartheta_0 [\sin(\omega t + \varphi_1)], \quad (32)$$

$$\delta = \delta_0 [\sin(\omega t + \varphi_2)]. \quad (33)$$

Здесь φ_1 и φ_2 фазовые углы между линейными и угловыми колебаниями.

После несложных преобразований и усреднения по времени за период колебаний крыла с учетом малости угла атаки получим выражение для коэффициента тяги

$$C_T = \frac{2}{\rho S U_0^2} \overline{F_{xc}} = \left[\begin{array}{l} \left(C_y^\alpha \frac{\overline{v_{nc} V_{yc}}}{U_0^2} + \left(C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) \frac{\overline{\dot{v}_{nc} b \sin \theta_c}}{U_0^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\overline{\omega_z V_{yc} b}}{U_0^2} - \right. \\ \left. - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\overline{\dot{\omega}_z b^2 \sin \theta_c}}{U_0^2} - C_y^\delta \frac{\overline{\delta U_c V_{yc}}}{U_0^2} - C_y^{\dot{\delta}} \frac{\overline{\dot{\delta} b V_{yc}}}{U_0^2} \right) - \\ \left. - \frac{2X_i}{\rho S U_0^2} \cos \vartheta - C \frac{U_c^2}{U_0^2} \cos \vartheta \right]. \quad (34)$$

Это выражение можно представить в форме суммы коэффициентов тяги, определяемых каждым членом в правой части

$$C_T = C_{T1} + C_{T2} + C_{T3} + C_{T4} + C_{T5} + C_{T6} + C_{T7} + C_{T8}. \quad (35)$$

Здесь

$$C_{T1} = \frac{C_y^\alpha \overline{v_{nc} V_{yc}}}{U_0^2} = C_y^\alpha \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\lambda_p^2} [1 - 0.125 \vartheta_0^2 (2 - \cos 2\varphi_1)] - \frac{\vartheta_0 \sin \varphi_1}{2\lambda_p} (1 - 0.125 \vartheta_0^2) \\ + \frac{(Sh_0) \vartheta_0 X \cos \varphi_1}{2\lambda_p} (1 - 0.25 \vartheta_0^2) + \frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X^2}{2} (1 - 0.125 \vartheta_0^2) \end{array} \right\}, \quad (36)$$

$$C_{T2} = \left(C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) \frac{\overline{b \dot{v}_{nc} \sin \theta_c}}{U_0^2} = \left(C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) G. \quad (37)$$

Здесь $G = \sum_{n=1}^{n=13} G_n$

$$G_1 = (Sh_0) g_0 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\cos \varphi_1}{2\lambda_p} (1 - 0.5g_0^2) - \frac{g_0^2 \cos \varphi_1}{8\lambda_p} (\cos^2 \varphi_1 - 0.1667g_0^2) - \\ -\frac{(Sh_0) g_0 X}{2} (1 - 0.125g_0^2) \end{array} \right\}, \quad (38)$$

$$G_2 = (Sh_0) g_0 \left\{ \frac{1.5\sqrt{2}g_0 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{\lambda_p \sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left[\begin{array}{l} \left(0.25 + \frac{0.0233}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) - \\ -0.5g_0^2 + \left(\frac{0.25 - \frac{0.0313}{(2\lambda_p^2 + 1)}}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0194}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 - \\ - \left(\frac{0.0468}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0342}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \end{array} \right] \right\}, \quad (39)$$

$$G_3 = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)g_0^2}{\lambda_p \sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ -1.1667g_0^2 \left[\begin{array}{l} \left(0.25 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.07}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.041}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 - \\ \left(\frac{0.125 - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^2}}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1234}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin \varphi_1 \cos^3 \varphi_1 + \\ + \left(-\frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0587}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0733}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^4 \varphi_1 \\ + \left(\frac{0.125 - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)}}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.1016}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^3 \varphi_1 \cos \varphi_1 + \\ + \left(-\frac{0.07}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.1055}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.1318}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 \end{array} \right] \right\}, \quad (40)$$

$$G_4 = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)g_0}{\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \left\{ -1.5g_0^2 \left[\left(0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \cos \varphi_1 - \right. \right. \\
\left. \left[\left(0.125 + \frac{0.0118}{(2\lambda_p^2+1)^2} \right) \cos^3 \varphi_1 + \right. \right. \\
\left. \left. + \left(0.125 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.041}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos \varphi_1 \right] + \right. \\
\left. +0.75g_0^4 \left[\left(0.0625 - \frac{0.1}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \cos^5 \varphi_1 + \right. \right. \\
\left. \left[\left(0.125 - \frac{0.0782}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0752}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.1211}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos^3 \varphi_1 + \right. \right. \\
\left. \left. + \left(0.0625 - \frac{0.1485}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.07}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0983}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^4 \varphi_1 \cos \varphi_1 \right] \right\}, (41)$$

$$G_5 = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ -g_0^2 \left[\left(0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin \varphi_1 - \right. \right. \\
\left. \left[\left(0.375 + \frac{0.0116}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0589}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 + \right. \right. \\
\left. \left. + \left(0.375 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0819}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0409}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^3 \varphi_1 \right] + \right\} \\
+ 0.25g_0^4 \left[\left(0.3125 + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0292}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.1106}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin \varphi_1 \cos^4 \varphi_1 + \right. \\
\left(0.625 - \frac{0.0156}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.1219}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.1015}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^3 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 + \\
\left. + \left(0.3125 - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0867}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^5 \varphi_1 \right] , ($$

42)

$$G_6 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)g_0 \cos \varphi_1}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{aligned} & \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0585}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \right. \\ & \left. -1.6667g_0^2 \left[\left(0.375 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0819}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(0.375 + \frac{0.0411}{(2\lambda_p^2 + 1)} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] \right\}, (43) \end{aligned} \right.$$

$$G_7 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)g_0^3 \cos \varphi_1}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{aligned} & \left[\left(0.125 - \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) \cos^2 \varphi_1 + \left(\frac{0.125 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)}}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.041}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 - \right. \\ & \left. -0.8333g_0^2 \left[\left(\frac{0.0625 + \frac{0.2167}{(2\lambda_p^2 + 1)^2}}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) \cos^4 \varphi_1 + \left(\frac{0.125 - \frac{0.0782}{(2\lambda_p^2 + 1)}}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0752}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.2496}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(0.0625 - \frac{0.086}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.2322}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) \sin^4 \varphi_1 \right] \right\}, (44) \end{aligned} \right.$$

$$G_8 = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)g_0^2\lambda_p \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \left\{ -1.1667g_0^2 \left[\left(\frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) - \left[\left(\frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.0587}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \left(\frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} - \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.0408}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] \right\}, (45)$$

)

$$G_9 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \left\{ -0.6667g_0^2 \left[\left[\left(0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.0585}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \left(0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] - \left[\left(0.75 + \frac{0.0235}{(2\lambda_p^2+1)^2} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 + \left(0.375 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0819}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0409}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^4 \varphi_1 + \left(0.375 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0813}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.06}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \cos^4 \varphi_1 \right] \right\}, (46)$$

$$G_{10} = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \mathcal{G}_0 X \sin \varphi_1}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ -\mathcal{G}_0^2 \left[\left(0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0589}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) - \left[\left(0.125 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \left(0.125 + \frac{0.3632}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.8788}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] \right\}, \quad (47)$$

$$G_{11} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^3 X \sin \varphi_1}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ - \left[\left(0.125 - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) - \left(\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos 2\varphi_1 + \left(-\frac{0.0821}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1153}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \left(\frac{0.0587}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0786}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] - 0.6667 \mathcal{G}_0^2 \left[\left(0.25 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.1478}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^4 \varphi_1 + \left(-0.0625 + \frac{0.1173}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0856}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.04}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 + \left(0.0625 - \frac{0.0154}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^4 \varphi_1 \right] \right\}, \quad (48)$$

$$G_{12} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 \lambda_p X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{aligned} & \left[\left(0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \right. \\ & \left. + \left(0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.3163}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0589}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] - \\ & -g_0^2 \left[\left(0.125 + \frac{0.0118}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) (\cos^4 \varphi_1 + \sin^4 \varphi_1) + \right. \\ & \left. + \left(0.25 + \frac{0.1171}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.018}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 \right] \end{aligned} \right\}, \quad (49)$$

$$G_{13} = -\frac{(Sh_0)^3 \mathcal{G}_0^2 \lambda_p X^2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left[\left(-\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{1}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) - \right. \\ \left. -0.5\mathcal{G}_0^2 + \left(-0.25 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.07}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) \cos^2 \varphi_1 + \right. \\ \left. + \left(\frac{0.25 + 0.0235}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right) \cos 2\varphi_1 + \right. \\ \left. + \left(\frac{0.25 - 0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.07}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.5875}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right], \quad (50)$$

$$C_{T3} = -C_{yc}^{\omega_z} \frac{(Sh_0) \mathcal{G}_0}{2} \left\{ \frac{1}{\lambda_p} \cos \varphi_1 + (Sh_0) \mathcal{G}_0 X (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2) \right\}, \quad (51)$$

$$C_{T4} = -C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \left(\sum_{n=1}^{n=3} K_n \right). \quad (52)$$

Здесь

,(53)

$$K_1 = (Sh_0)^2 g_0^2 \left\{ -\frac{1}{2}(1-0.125g_0^2) + \frac{\sqrt{2}g_0}{2\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \sin \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] - \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{2}}{2g_0\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \sin \varphi_1 \left[1 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \frac{0.1025}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] \right. \\ \left. - g_0^2 \left[0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \frac{0.0854}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] + \right. \\ \left. + \left[-0.25 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} - \frac{0.0703}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^3} - \frac{0.0427}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] \cos 2\varphi_1 \right\}$$

$$K_2 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 \lambda_p}{\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \cos^2 \varphi_1 \left\{ \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.3517}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right] - \right. \\ \left. - 0.6667g_0^2 \left[\left(0.375 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.082}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.1758}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \cos^2 \varphi_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(0.375 + \frac{0.0352}{(2\lambda_p^2+1)^2} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] \right\}, (54)$$

$$K_3 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 \lambda_p}{\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \sin^2 \varphi_1 \left\{ \left[0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right] - \right. \\ \left. - 0.6667g_0^2 \left[\left(0.375 + \frac{0.0352}{(2\lambda_p^2+1)^2} \right) \cos^2 \varphi_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(0.375 - \frac{0.1055}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.1935}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right) \sin^2 \varphi_1 \right] \right\}, (55)$$

$$C_{T5} = -C_y \frac{\delta_0 \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}}{2\sqrt{2}\lambda_p} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \varphi_2}{\lambda_p} \left[1 + \frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} \right] + \\ \left[\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} \sin(\varphi_1 + \varphi_2) - \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \right. \\ \left. + (Sh_0) \mathcal{G}_0 X \left[-0.25 \mathcal{G}_0^2 \left(\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} \left(\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left. + \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \left(\begin{array}{l} \cos 2\varphi_1 \\ -0.5 \end{array} \right) \right) \right] \right] \right] \end{array} \right\} \quad (56)$$

$$C_{T6} = -C_y \frac{(Sh_0) \delta_0}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos \varphi_2}{\lambda_p} + \\ + (Sh_0) \mathcal{G}_0 X \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2 (1 + 2 \sin^2 \varphi_1)) - \\ + \frac{(Sh_0) \mathcal{G}_0^3 X \sin \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 \sin \varphi_2}{8} + \\ + \frac{(sh_0) \mathcal{G}_0^3 X \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1}{8} + \\ + (Sh_0) \mathcal{G}_0 X \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2 (1 + 2 \cos^2 \varphi_1)) \end{array} \right\} \quad (57)$$

$$C_{T7} = -\frac{\pi}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\lambda_p^2} [0.5 - 0.1875 \mathcal{G}_0^2 (2 - \cos 2\varphi_1) + 0.0469 \mathcal{G}_0^4 (1 + 4 \sin^2 \varphi_1)] - \\ - \frac{\mathcal{G}_0}{\lambda_p} \sin \varphi_1 (1 - 0.875 \mathcal{G}_0^2 + 0.256 \mathcal{G}_0^4) + \mathcal{G}_0^2 (0.5 - 0.3125 \mathcal{G}_0^2 + 0.0608 \mathcal{G}_0^4) + \\ + \frac{2(Sh_0) \mathcal{G}_0 X}{\lambda_p} \cos \varphi_1 (0.5 - 0.125 \mathcal{G}_0^2) + \\ + \frac{(Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^2 X^2}{2} (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2) \end{array} \right\}, \quad (58)$$

$$C_{T8} = -C \left\{ \begin{array}{l} (1 - 0.25 \mathcal{G}_0^2) + \frac{1}{2\lambda_p^2} [1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2 (2 - \cos 2\varphi_1)] + \\ \frac{2(Sh_0) \mathcal{G}_0 X}{\lambda_p} \cos \varphi_1 (0.5 - 0.125 \mathcal{G}_0^2) + \frac{(Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^2 X^2}{2} (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2) \end{array} \right\} \quad (59)$$

Коэффициенты $C_{T1} - C_{T4}$ и C_{T7}, C_{T8} характеризуют работу жесткого недеформирующегося крыла. Коэффициенты C_{T5} и C_{T6} определяют работу деформирующегося крыла.

Приращение тяги крыла за счет деформации после усреднения по времени можно записать в виде

$$\Delta C_T = \Delta \left(\frac{2}{\rho S U_0^2} \overline{F_{xc}} \right) = \left(-C_y^\delta \frac{\overline{\delta U_c V_{yc}}}{U_0^2} - C_y^\delta \frac{\overline{\delta b V_{yc}}}{U_0^2} \right) = C_{T5} + C_{T6} \quad (60)$$

Для случая, когда угловые колебания крыла опережают линейные на 90 градусов ($\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$) получим

$$C_{T5} = -C_y^\delta \frac{\delta_0 \sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}}{2\sqrt{2}\lambda_p^2} \left[1 + \frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} \right], \quad (61)$$

$$C_{T6} = -C_y^\delta \frac{(Sh_0)^2 \delta_0 \mathcal{G}_0 X}{2} (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2). \quad (62)$$

В случае только линейных колебаний ($\mathcal{G} = \delta = 0$) получим

$$C_{T5} = 0, \quad (63)$$

$$C_{T6} = 0. \quad (64)$$

В случае угловых колебаний ($\lambda = \infty$) формулы имеют вид

$$C_{T5} = -C_y^\delta \left[-\frac{(Sh_0) \mathcal{G}_0 \delta_0 X}{2} \right] \sin(\varphi_1 - \varphi_2) [0.25 \mathcal{G}_0^2 (\cos 2\varphi_1 - 0.5) + 1], \quad (65)$$

$$C_{T6} = -C_y^\delta \frac{(Sh_0)^2 \delta_0 \mathcal{G}_0 X}{2} \left[\begin{aligned} & \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2 (1 + 2 \sin^2 \varphi_1)) + \\ & + \frac{\mathcal{G}_0^2 \sin \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 \sin \varphi_2}{8} + \\ & + \frac{\mathcal{G}_0^2 \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1}{8} + \\ & + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2 (1 + 2 \cos^2 \varphi_1)) \end{aligned} \right]. \quad (66)$$

5 Алгоритм численного решения

Упрощение общих аналитических выражений для тяги и мощности крыла с получением расчетных формул, о котором говорилось выше, неизбежно связано с определенными допущениями, приводящими к некоторой погрешности. Эти допущения, в частности, связаны с предположением о малости угла атаки, с пренебрежением малыми членами разложения гармонических функций в ряды. С целью оценить возникающие при этом погрешности был разработан алгоритм расчета тяги и мощности (a , следовательно, и КПД) крыла по исходным аналитическим выражениям и сравнения результатов таких расчетов с результатами расчетов по расчетным формулам. Проведенные оценки погрешностей показали, что они в большинстве случаев не превышают 5% при всех вариантах кинематических параметров крыла. В редких случаях при максимальных значениях угла атаки и чисел Струхала погрешность достигает 10%.

Для оценки коэффициента тяги (КТ) плоского и жесткого крыла, совершающего гармонические колебания, необходимо вычисление интеграла составляющих КТ за период колебаний. Выразить значение интеграла для точного выражения КТ крыла через элементарные функции не представляется возможным. Поэтому оценка КТ была проведена с использованием методов численного интегрирования.

В настоящее время разработан ряд методов численного интегрирования. Обычно метод состоит в том, чтобы на рассматриваемом отрезке интегрирования подынтегральную функцию заменить более простой таким образом, чтобы интеграл из полученного выражения вычислялся непосредственно. Однако при переходе к более простой функции неизбежно возникают ошибки, которые можно оценить с помощью остаточного члена.

Квадратурная формула и величина остаточного члена определяются выбранным методом численного интегрирования, а значение остаточного члена - производными высших порядков. Квадратурная формула метода Симпсона для аппроксимации использует параболу и для достаточно гладких функций дает хорошую точность. Поэтому сочетание несложной квадратурной формулы и хорошей точности обеспечивают этому методу широкое применение.

Однако, в нашем случае крыло совершает гармонические колебания, поэтому подынтегральные функции являются периодическими, в связи с этим при увеличении степени аппроксимирующего полинома величины производных высокого порядка существенно не убывают, а погрешности метода Симпсона в нашем случае имеют высокие значения.

Выполненные по различным квадратурным формулам расчеты показывают, что наилучшие результаты обеспечивает в нашем случае квадратурная формула Ньютона-Котеса. Эта формула подынтегральную функцию заменяет интерполяционным полиномом Лагранжа. Обычно квадратурная формула Ньютона-Котеса использует степень интерполяционного полинома не более 8, так как при более высоких значениях алгоритмы вычислений коэффициентов Котеса становятся достаточно сложными. Однако в нашем случае квадратурная формула Ньютона-Котеса не всегда обеспечивала необходимую точность.

Поэтому для достижения приемлемой точности на основе формулы Ньютона-Котеса нами была разработана адаптивная квадратурная программа:

- 1) заданный диапазон интегрирования разбивается на достаточно большое количество интервалов – шагов интегрирования;
- 2) в текущем интервале производятся вычисления по квадратурной формуле Ньютона-Котеса;
- 3) после этого шаг интегрирования делится пополам и к нему применяется квадратурная формула Ньютона-Котеса;
- 4) результаты расчетов пунктов 2 и 3 сравниваются, если точность расчетов не достигнута, то половинный интервал принимается за основной шаг, и осуществляется переход к пункту 2, в противном случае переход к следующему пункту;
- 5) производится проверка: было ли деление этого интервала первым, если было, то производится переход к пункту 8, в противном случае - к следующему пункту;
- 6) шаг интегрирования удваивается, и к нему применялась квадратурная формула Ньютона-Котеса;
- 7) результаты расчетов пунктов 2 и 6 сравниваются, если точность расчетов достигнута, то двойной интервал принимается за шаг интегрирования и осуществляется переход к пункту 6, в противном случае идет переход к следующему пункту;
- 8) производится переход к следующему интервалу интегрирования, осуществляется проверка, достигнут ли конец диапазона интегрирования, если достигнут, то вычисления заканчиваются, в противном случае происходит переход к пункту 2.

6 Оценка тяги бесконечного деформированного двухсекционного крыла, моделирующего хвостовую лопасть дельфина

Проведем оценку тяги бесконечного деформированного двухсекционного крыла, моделирующего хвостовую лопасть дельфина в сравнении с тягой бесконечного

недеформированного жесткого крыла. Тем самым будет выявлено влияние деформации в форме двух секций на тягу крыла. Расчетные формулы для коэффициента тяги бесконечного недеформированного жесткого крыла получим, положив в формулах (36) –

$$(59) \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ и } \delta = 0.$$

$$C_{T1} = \frac{C_y^\alpha \overline{v_{nc} V_{yc}}}{U_0^2} = C_y^\alpha \left\{ \frac{1}{2\lambda_p^2} [1 - 0.375g_0^2] - \frac{g_0}{2\lambda_p} (1 - 0.125g_0^2) \right. \\ \left. + \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X^2}{2} (1 - 0.125g_0^2) \right\}, \quad (67)$$

$$C_{T2} = \left(C_y^\alpha - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) \frac{\overline{b v_{nc} \sin \theta_c}}{U_0^2} = \left(C_y^\alpha - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) G. \quad (68)$$

Здесь

$$G = \sum_{n=1}^{n=13} G_n. \quad (69)$$

Входящие в формулу (69) величины G_n имеют вид

$$G_1 = -\frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X}{2} (1 - 0.125g_0^2), \quad (70)$$

$$G_2 = G_3 = G_4 = G_6 = G_7 = G_8 = G_{13} = 0, \quad (71)$$

$$G_5 = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{aligned} & \left[0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \\ & - g_0^2 \left[0.375 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0819}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0409}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \\ & + 0.25g_0^4 \left[0.3125 - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0867}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (72)$$

$$G_9 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{aligned} & \left[0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \\ & - 0.6667g_0^2 \left[0.375 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0819}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0409}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (73)$$

$$G_{10} = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{array}{l} 0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0589}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \\ -g_0^2 \left[0.125 + \frac{0.3632}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.8788}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \end{array} \right\}, \quad (74)$$

$$G_{11} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^3 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{array}{l} 0.125 + \frac{0.1056}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0943}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \\ -0.6667g_0^2 \left[0.0625 - \frac{0.0154}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \end{array} \right\}, \quad (75)$$

$$G_{12} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 \lambda_p X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \left\{ \begin{array}{l} 0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.3163}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0589}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \\ -g_0^2 \left[0.125 + \frac{0.0118}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} \right] \end{array} \right\}. \quad (76)$$

$$C_{T3} = -C_{yc}^{\omega_z} \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X}{2} (1 - 0.125g_0^2), \quad (77)$$

$$C_{T4} = -C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \left(\sum_{n=1}^{n=3} K_n \right), \quad (78)$$

где

$$K_1 = (Sh_0)^2 g_0^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2}(1-0.125g_0^2) - \\ \left[\frac{\sqrt{2}}{2g_0\sqrt{2\lambda_p^2+1}} + \frac{0.1025}{(2\lambda_p^2+1)^4} - \right. \\ \left. -g_0^2 \left[\begin{array}{l} 0.75 - \frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.1641}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \\ -\frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \frac{0.1281}{(2\lambda_p^2+1)^4} \end{array} \right] \right. \\ \left. + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \right. \\ \left. + \frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \right. \\ \left. + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \right. \\ \left. + \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \frac{0.1281}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right\}, \quad (79)$$

$$K_2 = 0, \quad (80)$$

$$K_3 = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 g_0^2 \lambda_p}{\sqrt{(2\lambda_p^2+1)}} \left\{ \begin{array}{l} 0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2+1)^3} - \\ -0.6667g_0^2 \left[0.375 - \frac{0.1055}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \frac{0.1935}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right] \end{array} \right\}. \quad (81)$$

$$C_{T5} = C_{T6} = 0 \quad (82)$$

$$C_{T7} = -\frac{\pi}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\lambda_p^2} [0.5 - 0.5625g_0^2 + 0.2345g_0^4] - \\ -\frac{g_0}{\lambda_p} (1 - 0.875g_0^2 + 0.256g_0^4) + g_0^2 (0.5 - 0.3125g_0^2 + 0.0608g_0^4) + \\ + \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X^2}{2} (1 - 0.125g_0^2) \end{array} \right\}, \quad (83)$$

$$C_{T8} = -C \left\{ (1 - 0.25g_0^2) + \frac{1}{2\lambda_p^2} (1 - 0.375g_0^2) + \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X^2}{2} (1 - 0.125g_0^2) \right\}. \quad (84)$$

Формула для присоединенной массы крыла бесконечного размаха на единицу длины имеет вид:

$$\lambda_{22} = \rho \pi b^2 / 4. \quad (85)$$

В Таблице 2 приведены кинематические параметры дельфина и его хвостовой лопасти при плавании с постоянной скоростью, определенные экспериментально [10,11,17]. Морфометрические данные дельфина таковы: длина тела $L = 2.24$ м., хорда $b = 0.19$ м., площадь лопасти (одной стороны) $S = 0.063$ м².

Таблица 2. Кинематические параметры дельфина и его хвостовой лопасти при плавании с постоянной скоростью.

$U_0, \text{мс}^{-1}$	y_0/L	$f, \text{с}^{-1}$	$\vartheta_0, \text{рад}$	C_P
4.3	0.12	2.2	0.665	0.0
		2		2

Коэффициенты тяги, входящие в формулу (35), вычисляем по формулам (67) – (84). Параметры, входящие в эти формулы, имеют следующие значения: $Sh_0 = 0.62$, $X = 0.5$, $y_0 = 0.269$ м, $\lambda_p = 1.147$, $\frac{1}{\lambda_p} = 0.87$, $\lambda_{22} = 28.34$.

Рассмотрим подробно процедуру вычисления аэродинамических (вращательных) производных деформированного бесконечного крыла по второму варианту. В этом случае нам понадобятся расчетные формулы (25) – (30), в которые входят функции Теодорсена и Кюсснера. Таблицы этих функций даны в книге Некрасова (1948) и мы приводим их здесь.

Таблица 3. Действительная и мнимая части функции Теодорсена.

k	$F(k)$	$-G(k)$	k	$F(k)$	$-G(k)$
∞	0.5000	0.0000	0.56	0.5857	0.1428
10	0.5006	0.0124	0.54	0.5895	0.1453
5.0	0.5024	0.0246	0.52	0.5936	0.1480
4.0	0.5037	0.0305	0.50	0.5979	0.1507

3.0	0.5063	0.0400	0.48	0.6026	0.1535
2.5	0.5087	0.0473	0.46	0.6076	0.1563
2.0	0.5130	0.0577	0.44	0.6130	0.1592
1.5	0.5210	0.0736	0.42	0.6187	0.1621
1.2	0.5300	0.0877	0.40	0.6250	0.1650
1.1	0.5342	0.0936	0.38	0.6317	0.1679
1.0	0.5394	0.1003	0.36	0.6390	0.1709
0.98	0.5406	0.1017	0.34	0.6469	0.1738
0.94	0.5431	0.1047	0.32	0.6556	0.1766
0.90	0.5459	0.1078	0.30	0.6650	0.1793
0.86	0.5490	0.1112	0.28	0.6752	0.1819
0.82	0.5523	0.1147	0.26	0.6865	0.1842
0.80	0.5541	0.1165	0.24	0.6989	0.1862
0.78	0.5560	0.1184	0.22	0.7125	0.1877
0.76	0.5581	0.1203	0.20	0.7276	0.1886
0.74	0.5602	0.1223	0.18	0.7442	0.1887
0.72	0.5624	0.1243	0.16	0.7628	0.1875
0.70	0.5648	0.1264	0.14	0.7834	0.1849
0.68	0.5673	0.1286	0.12	0.8063	0.1801

0.66	0.5699	0.1308	0.10	0.8319	0.1723
0.64	0.5727	0.1330	0.08	0.8604	0.1604
0.62	0.5756	0.1354	0.06	0.8902	0.1426
0.60	0.5788	0.1378	0.04	0.9267	0.1160
0.58	0.5822	0.1402	0.02	0.9637	0.0752

В Таблице 3 значение $k = Sh_0$ в наших обозначениях.

Таблица 4. Значения функции Кюсснера $\Phi(\varphi)$

$\cos \varphi$	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7
0.0	2.5708	3.5708	1.5708	1.3333	1.0000	4.4749	2.1187
0.2	2.3492	2.5853	1.1735	0.7847	1.1758	3.6011	1.3088
0.4	2.0758	1.6983	0.7927	0.3924	1.2831	2.6118	0.6860
0.6	1.7273	0.9345	0.4473	0.1459	1.2800	1.5773	0.2672
0.8	1.2435	0.3339	0.1635	0.0264	1.0800	0.6151	0.0505
0.84	1.1161	0.2394	0.1177	0.0152	0.9984	0.4485	0.0293
0.88	0.9699	0.1558	0.0770	0.0074	0.8929	0.2968	0.0145
0.92	0.7946	0.0850	0.0421	0.0027	0.7525	0.1646	0.0053
0.96	0.5638	0.0301	0.0150	0.0005	0.5488	0.0593	0.0009
1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

В Таблице 4 $\cos \varphi = 1 - 2\bar{b}$, где \bar{b} - отношение подвижной части крыла к хорде.

Подсчитаем аэродинамические (вращательные) производные по формулам (25) – (30), используя кинематические параметры хвостовой лопасти дельфина (число Струхаля $Sh_0 = 0.62$, хорда $b = 0.19$) для двух случаев: подвижная часть крыла равна 0.5 и 0.3 хорды (соответственно $\cos \varphi$ равен 0 и 0.4). В таблице 5 приведены результаты вычислений.

При этом необходимо учитывать, что формулы (25) – (30) получены для центровки $\bar{x}_T = 0$ (центр приведения сил и моментов, действующих на все крыло, берется в носике профиля). Это значит, что значения производных, вычисленные по этим формулам, должны быть пересчитаны к центру крыла.

Таблица 5. Результаты вычислений по формулам (25) – (30).

$\cos \varphi$	C_{y1+}^δ	$C_{y1+}^{\dot{\delta}}$	C_{y2+}^δ	$C_{y2+}^{\dot{\delta}}$	m_{z1+}^δ	$m_{z1+}^{\dot{\delta}}$	m_{z2+}^δ	$m_{z2+}^{\dot{\delta}}$
0	3.1112	-0.4992	1.08	-0.2794	-1.278	-0.4346	-0.2701	-0.195
0.4	2.5119	-0.6408	0.5138	-0.1631	-1.2695	-0.1663	-0.1285	-0.045

По этим данным вычислены следующие значения производных и представлены в Таблице 6.

Таблица 6. Значения производных крыла

$\cos \varphi$	C_{yc}^δ	$C_{yc}^{\dot{\delta}}$	m_{zc}^δ	$m_{zc}^{\dot{\delta}}$
0	3.2186	0.5808	- 1.203	- 0.7047
0.4	2.5746	- 0.127	- 1.2522	- 0.2948

Пересчитаем полученные значения производных к центру крыла по формулам:

$C_{yc}^{\delta} = C_y^{\delta}$, $C_{yc}^{\dot{\delta}} = C_y^{\dot{\delta}}$, $m_{zc}^{\delta} = m_z^{\delta} - \xi_0 C_y^{\delta}$, $m_{zc}^{\dot{\delta}} = m_z^{\dot{\delta}} - \xi_0 C_y^{\dot{\delta}}$. Здесь $\xi_0 = -0.5$ хорды крыла.

В Таблице 7 приведены результаты пересчета.

Таблица 7. Значения производных, пересчитанные к центру крыла.

$\cos \varphi$	C_{yc}^{δ}	$C_{yc}^{\dot{\delta}}$	m_{zc}^{δ}	$m_{zc}^{\dot{\delta}}$
0	3.2186	0.5808	0.4065	-0.9953
0.4	2.5746	-0.127	0.0351	-0.3583.

Прежде, чем дать оценку тяги деформированного крыла, оценим значения δ_0 .

При определении этого параметра для двухсекционного крыла обратимся к Рисунку 2, на котором изображен профиль хвостовой лопасти в среднем положении при движении сверху вниз с прорисованным на нем профилем двухсекционного крыла. На Рисунке 3 показана схема двухсекционного крыла для случая $\cos \varphi = 0$ и обозначен угол δ_0 . Измерение этого угла дает значение - 0.233 радиан (усредненное по 5 измерениям). Аналогично проводится измерение угла для случая $\cos \varphi = 0.4$, которое дает значение - 0.268 радиан.

Коэффициент тяги бесконечного жесткого недеформированного крыла вычисляем по формулам (67)-(84). Значения вращательных производных, входящих в эти формулы, определяем по таблице в работе [3] и пересчитываем к центру крыла по формулам, также приведенным в работе [3]. Пересчитанные значения производных имеют вид: $C_{yc}^{\alpha} = 4.419$, $C_{yc}^{\dot{\alpha}} = -0.9457$, $C_{yc}^{\omega_z} = 1.1048$, $C_{yc}^{\dot{\omega}_z} = -0.6291$.

Дополнительные значения коэффициента тяги за счет деформации определяем по формулам (61) и (62). Результаты вычислений представлены в Таблице 8 для двух значений $\cos \varphi$.

Таблица 8. Оценка коэффициентов тяги недеформированного и деформированного крыльев.

$\cos \varphi$	Тяга недеформированного крыла (C_T)	Увеличение тяги за счет деформации ΔC_T	Суммарная тяга крыла ($C_T + \Delta C_T$)
0	0.2176	0.4182	0.6358
0.4	0.2176	0.3752	0.5928

Анализ данных таблицы 8 показывает, что двухсекционное крыло создает значительно большую тягу, чем недеформированное жесткое крыло.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены исследования по моделированию хвостовой лопасти дельфинов жестким деформируемым крылом-двигателем. Получены расчетные формулы для оценки тяги, развиваемой жестким двухсекционным крылом, при произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями. Формулы могут быть использованы при проектировании плавниковых двигателей. Даны оценки коэффициента тяги моделирующего крыла при кинематических параметрах, характерных для хвостовой лопасти дельфина.

В дальнейшем должны быть проведены исследования по моделированию хвостовой лопасти дельфина крылом более сложной формы, которая более точно отражала бы изогнутый профиль лопасти. Необходимо также распространить разработанный метод на моделирующие крылья ограниченного удлинения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Издательство АН СССР. М.-Л., 1947. 258 с.
2. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука. 1966.
3. Белоцерковский С.М. О коэффициентах вращательных производных // Тр. ЦАГИ. 1958. Вып. 725. С. 5-28.
4. Lighthill, M. J. Hydromechanics of aquatic animal propulsion // Annu. Re Fluid Mech. 1969. Vol. 1. Palo Alto Calif. Annual Revs. P. 413—446. (Рус. пер.: Лайтхилл М. Дж. Гидромеханика движения водных животных // Сб.: Механика. Новое в зарубежной науке, ред. А.Ю. Ишлинский, Г.Г.Черный, М.: МИР. 1972. № 1. С. 80-109).
5. Wu, T. Y.-T. Hydromechanics of swimming propulsion. Pt 1. Swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid // J. Fluid Mech. 1971. Vol. 46. Pt 2. P. 337—355.
6. Garric, I.E. Propulsion of a flapping and oscillating airfoil // NACA Report 567 1936, pp. 419-427.
7. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука. 1971. 767 с.
8. Горелов Д.Н. Теория крыла в нестационарном потоке. Новосибирск: Новосибирский университет. 1975. 152 с.
9. Lighthill M. J. Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency // J. Fluid Mech. 1970. Vol. 44. Pt 2. P. 265-301
10. Е.В. Романенко. Гидродинамика рыб и дельфинов. Изд-во КМК. Москва. 2001. 412 с.
11. E.V. Romanenko Fish and Dolphin Swimming. PENSOFT. Sofia-Moscow. 2002. 430
12. С.Г. Пушков, Е.В. Романенко Гидродинамические силы, действующие на жесткое крыло при его движении с большими амплитудами поперечных и угловых колебаний // Успехи современной биологии, 2000. Т.120. № 2. С. 207-216.
13. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков. Об одном методе расчета гидродинамических характеристик крыла при нестационарном движении // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2011. Том 4. № 1. С. 69-80.
14. Е.В Романенко, С.Г Пушков, В.Н. Лопатин/ Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом законе угловых колебаний. // Успехи современной биологии, 2005. Т.125. № 5. С.

478-483.

15. Е.В Романенко, С.Г Пушков, В.Н Лопатин. Отчеты по проекту РФФИ № 08-04-00358.
16. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. М.. Наука, 1975, 424с.
17. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2008. Том 2. № 1. С. 13-28.

Популярная форма отчета

Несмотря на то, что плавание дельфинов изучают уже более полувека, до сих пор нет достаточно корректных количественных оценок величин развиваемых ими тяги и мощности. А эти данные очень нужны при проектировании плавниковых движителей в судостроении. За рубежом такие работы активно велись с середины прошлого века. Однако в конце века они были практически прекращены. Причина в том, что некоторые англоязычные ученые сделали ошибочный вывод о бесперспективности таких исследований. В бывшем СССР работы по изучению дельфинов продолжались. Но режим секретности не позволял широко публиковать полученные результаты, поэтому за рубежом о них практически ничего не знали. По этой причине отечественные исследования опередили зарубежные по крайней мере на четверть века. Лишь в последние два десятка лет за рубежом ведутся активные исследования, преимущественно теоретические, в области теории крыла.

Задачи в теории крыла, как правило, сводят к решению интегральных уравнений, которые далее решаются либо численными методами (чаще всего) либо аналитическими (в некоторых частных случаях). Возможности аналитических методов весьма ограничены. Они разработаны достаточно подробно лишь для бесконечных крыльев (плоская задача) в линейной постановке. Для крыльев конечного размаха есть решения только для весьма малых удлинений, в случаях очень малых и очень больших частот колебаний.

В настоящем отчете разработан аналитический метод, в значительной степени лишенный упомянутых недостатков других методов. В основу метода положены модели разделения гидродинамических сил на циркуляционные и инерционные составляющие, а также линейные выражения для гидродинамических характеристик крыла с использованием коэффициентов аэродинамических (вращательных) производных. Метод применен к оценке тяги, развиваемой гибкой хвостовой лопастью дельфина, моделированной бесконечным двухсекционным жестким крылом. При этом использованы кинематические параметры лопасти, определенные в экспериментах с дельфинами.

Аннотации публикаций, подготовленных в 2014 году и находящихся в печати

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХВОСТОВОЙ ЛОПАСТИ
ДЕЛЬФИНА ЖЕСТКИМ КРЫЛОМ

Е.В. Романенко¹, С.Г. Пушков², В.Н. Лопатин¹

Выполнены оценки гидродинамических сил плоского жесткого крыла прямоугольной формы, моделирующего хвостовую лопасть дельфина, совершающего колебания достаточно большой амплитуды при произвольном положении оси вращения и произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями. Используются кинематические параметры, характерные для хвостовой лопасти дельфина, полученные в экспериментах с животными.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ, РАЗВИВАЕМЫЕ КРЫЛОМ, ПРИ
ПРОИЗВОЛЬНОМ ФАЗОВОМ СДВИГЕ МЕЖДУ ЛИНЕЙНЫМИ И УГЛОВЫМИ
КОЛЕБАНИЯМИ.

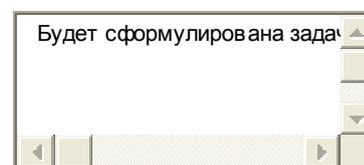
Е.В. Романенко, С.Г. Пушков.

Построена математическая модель плоского жесткого крыла различного удлинения при больших амплитудах линейных и угловых колебаний и различных положениях его оси вращения. При создании модели использованы приближенные выражения для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка. Получены расчетные формулы для вычисления тяги в случае гармонических линейных и угловых колебаний при произвольном фазовом сдвиге между ними. Показано хорошее согласие результатов расчета по полученным формулам с известными численными решениями.

Форма 503. РАЗВЕРНУТЫЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ

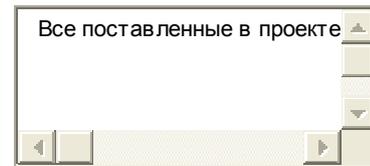
Коды классификатора, соответствующие содержанию фактически проделанной работы (в порядке значимости) [Добавить еще...](#)

Объявленные ранее цели проекта на 2014 год



В этом поле указаны объявленные ранее цели проекта

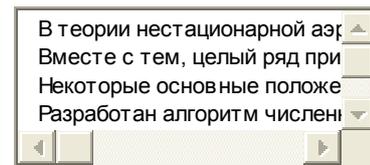
Степень достижения поставленных в проекте целей



Все поставленные в проекте

В этом поле указана степень достижения поставленных в проекте целей

Полученные в 2014 году важнейшие результаты



В теории нестационарной аз
Вместе с тем, целый ряд при
Некоторые основные положе
Разработан алгоритм числен

В этом поле указаны полученные за отчетный год важнейшие результаты

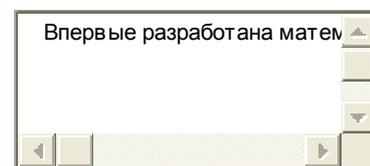
Степень новизны полученных результатов



В мировой научной литерату

В этом поле указана степень новизны полученных результатов

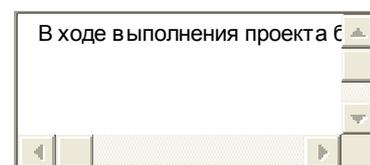
Сопоставление полученных результатов с мировым уровнем



Впервые разработана матем

В этом поле указано сопоставление полученных результатов с мировым уровнем

Методы и подходы, использованные в ходе выполнения проекта (описать, уделив особое внимание степени оригинальности и новизны)



В ходе выполнения проекта с

В этом поле указаны методы и подходы, использованные в ходе выполнения проекта

Количество научных работ по Проекту, опубликованных в 2014 году (цифрами)

В этом поле указано количество научных работ, опубликованных в ходе выполнения проекта

Из них в изданиях, включенных в перечень ВАК

В этом поле указано количество научных работ, включенных в перечень ВАК

Из них в изданиях, включенных в системы цитирования (Web of Science, Scopus, Web of Knowledge, Astrophysics, PubMed, Mathematics, Chemical Abstracts, Springer, Agris, GeoRef)

В этом поле указано количество научных работ, включенных в системы цитирования

Количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения Проекта и принятых к печати в 2014 году (цифрами)

В этом поле указано количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения проекта и принятых к печати

Участие в 2014 году в научных мероприятиях по тематике Проекта (указать названия мероприятий)

В этом поле указано участие в научных мероприятиях по тематике проекта, которые проводились при финансовой поддержке Фонда

Участие в 2014 году в экспедициях по тематике Проекта, которые проводились при финансовой поддержке Фонда (указать номера Проектов)

В этом поле указано участие в экспедициях по тематике проекта, проводимых при финансовой поддержке Фонда

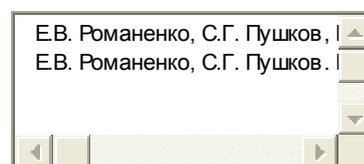
Финансовые средства, полученные в 2014 году от РФФИ (указать общий объем, в руб.) 300000

Адреса (полностью) ресурсов в Интернете, подготовленных авторами по данному проекту, например, <http://www.somewhere.ru/mypub.html>



В этом поле указаны адреса ресурсов в Интернете, подготовленных авторами по данному проекту

Библиографический список всех публикаций по Проекту, опубликованных в 2014 году, в порядке значимости: монографии, статьи в научных изданиях, тезисы докладов и материалы съездов, конференций и т.д.



Библиографический список всех публикаций по проекту за 2014 год

Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта

Транспортные и космические системы

Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта

Критическая технология РФ, которой, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта

Технологии биоинженерии

Критическая технология РФ, в которой, по мнению исполнителей, могут быть использованы результаты завершенного проекта

Основное направление технологической модернизации экономики России, которому, по не очевидно

**мнению исполнителей, соответствуют
результаты данного проекта**

Основное направление
технологической модернизации
экономики России, которому, по
мнению исполнителей,
соответствуют результаты данного
проекта