

**The Hydrodynamic Forces Exerted by a Wing as a Function
of the Pitch-Axes Location. The Thrust Exerted at Harmonic Changes
in Angles of Incline and Attack of Wing**

E. V. Romanenko, S. G. Pushkov, V. N. Lopatin

Severtsov Institute of Ecology and Evolution, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The approximate expressions of hydrodynamic forces were used for to construction of a mathematical model of flat and rigid wing with different form and aspect ratio at the high amplitudes of linear and angular fluctuations and different pitch-axes location. The specific feature of this model is the use of the coefficients of the first order aerodynamic derivatives and kinematic parameters. The formulas for the calculation of thrust and suction forces at harmonically changes in the incline and angle of attack of wing were derived. The results of the calculations obtained correlate well with the experimental data.

УДК 577.31

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ, РАЗВИВАЕМЫЕ КРЫЛОМ, ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПОЛОЖЕНИЯХ ОСИ ЕГО ВРАЩЕНИЯ. ТЯГА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ УГЛОВ НАКЛОНА И АТАКИ

© 2007 г. Е. В. Романенко, С. Г. Пушков, В. Н. Лопатин

Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Москва

С использованием приближенных выражений для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка и кинематических параметров движения построена математическая модель работы плоского жесткого крыла различного удлинения при больших амплитудах линейных и угловых колебаний и различных положениях оси вращения крыла. Получены расчетные формулы для вычисления тяги и подсосывающей силы в случае гармонических изменений углов наклона и атаки крыла. Показано хорошее согласие результатов расчета по полученным формулам с экспериментальными данными.

В последние годы в англоязычной научной литературе пристальное внимание уделяется плавниковым движителям. Появилось несколько хороших экспериментальных работ [11, 14, 19, 20, 22], выполненных в Массачусетском Технологическом Институте в США. В этих работах исследуются жесткие крылья большого удлинения при одном фиксированном положении оси вращения и различных кинематических параметрах. Главным образом применяются два набора кинематических параметров: простое гармоническое движение крыла, когда линейные и угловые колебания крыла совершаются по гармоническому закону с большой амплитудой, и более сложное движение, когда по гармоническому закону изменяются угол наклона крыла и угол атаки, в то время как линейные колебания (также с большой амплитудой) совершаются по более сложному закону. В работе [19], кроме того, исследуется влияние гибкости крыла на его характеристики как движителя. В отечественной литературе известны лишь малоамплитудные экспериментальные работы [2, 3].

Однако вопросам теории крыла уделяется недостаточно внимания. В лучшем случае для сравнения с экспериментальными данными используются численные решения [4, 10, 11–13, 15–17, 18, 23]. Но иногда вообще никакого сравнения экспериментальных результатов с теорией не проводится [19]. Тем актуальнее становится необходимость аналитического решения задачи о колебаниях жесткого крыла с большой амплитудой линейных и угловых колебаний при различных положениях оси его вращения с получением расчетных формул для оценки развиваемых им гидродинамических сил.

В [5, 6, 8, 9, 21] рассмотрены математические модели колебаний жесткого крыла с большой амплитудой при гармонических поперечных и угловых движениях. Однако возможен случай [19], когда по гармоническому закону изменяются угол наклона крыла и угол атаки. Поперечные движения крыла при этом совершаются по более сложному закону. Здесь мы рассмотрим именно такой случай.

Пусть в системе координат $OXYZ$ (постановку задачи иллюстрирует рис. 1 в работах [5, 9]), движущейся в направлении оси OX с постоянной скоростью U_0 , движение крыла задано в точке x_1 периодическими законами изменения угла наклона

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t \quad (1)$$

и угла атаки:

$$\alpha_1 = \alpha_0 \cos \omega t. \quad (2)$$

Линейные колебания крыла в этом случае отличаются от гармонических и при фазовом сдвиге между угловыми и линейными колебаниями, равном 90° , определяются из соотношения

$$\dot{h} = U_0 \operatorname{tg}(\alpha_1 + \vartheta) = U_0 \operatorname{tg}(\theta_1). \quad (3)$$

Здесь и далее точка над буквой обозначает производную по времени, а $\theta_1 = \alpha_1 + \vartheta$ и $\theta_0 = \alpha_0 + \vartheta_0$. При малых значениях углов линейные колебания крыла близки к гармоническим.

В работе [5] рассмотрен случай, когда кинематические параметры движения крыла заданы относительно его центра. Как и в работах [6, 9], рассмотрим общий случай, когда кинематические параметры заданы относительно любой точки (x_1) продольной оси крыла.

Закон движения рассматриваемого крыла относительно центра определяется проекциями скоростей центра крыла относительно неподвижной жидкости:

$$V_{xc} = U_0 - \omega_z x \sin \vartheta, \quad (4)$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos \vartheta, \quad (5)$$

где $V_{y1} = \dot{h}_1(t)$, $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$, x – расстояние от центра крыла до точки x_1 . Индекс “с” здесь и далее обозначает, что соответствующие величины пересчитаны к центру крыла.

Угол наклона крыла не имеет индекса “с”, так как он одинаков во всех точках крыла, в том числе и в точке x_1 . Поэтому он определяется кинематическими параметрами именно этой точки (мгновенным углом набегающего потока θ_1 и углом атаки α_1 в точке x_1). Входящие в формулы (4) и (5) величины $\sin \vartheta$ и $\cos \vartheta$ с учетом условия малости угла атаки могут быть записаны в виде:

$$\sin \vartheta \approx \sin \theta_1 - \alpha_1 \cos \theta_1, \quad (6)$$

$$\cos \vartheta \approx \cos \theta_1 + \alpha_1 \sin \theta_1. \quad (7)$$

Здесь

$$\cos \theta_1 = U_0/U_1, \quad (8)$$

$$\sin \theta_1 = \dot{h}/U_1, \quad (9)$$

$$U_1 = (U_0^2 + (\dot{h})^2)^{1/2}. \quad (10)$$

Практический интерес представляет задача определения пропульсивных характеристик колеблющегося крыла в зависимости от закона его движения и положения точки x_1 . Ранее [5], когда кинематические параметры движения крыла были заданы относительно его центра, было получено выражение для мгновенного значения тяги. Здесь мы представим эту формулу для случая, когда кинематические параметры движения крыла заданы относительно точки x_1 и пересчитаны к центру крыла

$$T_c = m^* \frac{d(v_{nc} \sin \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2} \left(C_y^\alpha v_{nc} V_{yc} + b \left\{ C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right\} \dot{v}_{nc} \sin \theta_c - b C_y^{\omega_z} \omega_z V_{yc} - b^2 C_y^{\omega_z} \dot{\omega}_z \sin \theta_c \right) - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} C_p \cos \vartheta. \quad (11)$$

Здесь и далее T_c – тяга, m^* – присоединенная масса крыла, v_{nc} – нормальная скорость, ρ – плотность среды, θ_c – угол между набегающим на крыло потоком и горизонтальной осью, C_p – коэффициент сопротивления формы крыла, U_c –

мгновенная скорость потока, набегающего на крыло, X_i – индуктивное сопротивление крыла, b – хорда крыла, S – его площадь (одной стороны). C_y^α , $C_y^{\omega_z}$, $C_y^{\dot{\omega}_z}$, $C_y^{\omega_z^2}$ – аэродинамические производные [1]. Аналогично соотношениям (4), (5) напишем выражения для других величин

$$v_{nc} = v_{n1} + \omega_z x = \alpha_1 U_1 + \omega_z x, \quad (12)$$

$$\theta_c = \alpha_c + \vartheta = \arctg(V_{yc}/V_{xc}), \quad (13)$$

$$U_c^2 = V_{yc}^2 + V_{xc}^2, \quad (14)$$

где α_c – угол атаки, пересчитанный к центру крыла.

Формула (11) имеет общий вид и справедлива при любых кинематических параметрах и формах крыла. В линейном приближении значения коэффициентов гидродинамических производных и присоединенная масса определяются формой крыла и числом Струхала, имеющим вид $Sh_0 = \omega b/U_0$. При расчетах составляющих гидродинамических сил мы будем использовать известные численные решения для коэффициентов гидродинамических производных первого порядка, однако в данном случае при больших амплитудах линейных и угловых колебаний крыла может иметь место увеличение ошибок результатов расчета с увеличением чисел Струхала.

Среднее по времени значение тяги крыла нетрудно получить в виде

$$\bar{T}_c = \frac{\rho S}{2} \left\{ C_y^\alpha \overline{v_{nc} V_{yc}} + b \left(C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \overline{\dot{v}_{nc} \sin \theta_c} - C_y^{\omega_z} b^2 \overline{\dot{\omega}_z \sin \theta_c} - b C_y^{\omega_z} \overline{\omega_z V_{yc}} - \frac{\pi}{2} \overline{v_{nc}^2 \cos \vartheta} - C_p \overline{U_c^2 \cos \vartheta} \right\}. \quad (15)$$

Здесь, как и ранее [5], для индуктивного сопротивления (пятый член в фигурных скобках) использована оценка “сверху”

$$X_i \leq \rho \pi S (v_{nc}^2/4), \quad (16)$$

являющаяся экстремумом выражения X_i :

для крыла бесконечного размаха

$$X_i = \rho \pi b u_* (v_n - u_*), \quad (17)$$

и для крыла конечного размаха, симметричного в плане относительно оси OZ (рис. 1 в работе [5]),

$$X_i = \rho \pi \int_{-l}^l b(z) u_*(z) [v_n - u_*(z)] dz. \quad (18)$$

В этих формулах u_* – некоторая эффективная скорость, индуцируемая вихревой пеленой, оста-

ющейся в следе за крылом, v_n – нормальная скорость в центре крыла. Оценки показывают, что для крыла конечного размаха при удлинении $2 \leq \lambda \leq 5$ индуктивное сопротивление, определяемое формулой (16), завышено не более чем на 20% по сравнению с величинами, полученными в известных численных решениях, а также экспериментальным путем. Учитывая, что индуктивное сопротивление составляет весьма малую величину в балансе гидродинамических сил, развиваемых крылом, такой погрешностью в первом приближении можно пренебречь. Следует отметить, что использование формулы (16) для оценки индуктивного сопротивления в случае крыла бесконечного удлинения приводит к заниженным результатам для пропульсивных характеристик крыла в диапазоне малых чисел Струхала, что подтверждает сравнение с известными численными решениями.

Формулу (15) полезно представить в виде коэффициентов тяги

$$C_T = \frac{2\bar{T}_c}{\rho S U_0^2} = C_{T1} + C_{T2} + C_{T3} + C_{T4} + C_{T5} + C_{T6}, \quad (19)$$

где

$$C_{T1} = C_y^\alpha \left\{ \frac{\alpha_0}{2} (\theta_0 + 0.625\theta_0^3 + 0.32\theta_0^5 + 0.16\theta_0^7 + 0.07\theta_0^9 + 0.03\theta_0^{11} + 0.013\theta_0^{13} + 0.003\theta_0^{15} + 0.0016\theta_0^{17}) + C \right\}, \quad (20)$$

$$C = \frac{\vartheta_0^2 (Sh_0)^2 X^2}{2} (1 - 0.125\vartheta_0^2 + 0.0052\vartheta_0^4), \quad (21)$$

$$C_{T2} = \frac{\vartheta_0 (Sh_0)^2 X}{2} \left(C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) (\alpha_0 - \theta_0 + 0.125\alpha_0\theta_0^2 + 0.125\theta_0^3 - 0.016\alpha_0\theta_0^4 - 0.0052\theta_0^5 + 0.0007\alpha_0\theta_0^6), \quad (22)$$

$$C_{T3} = C_y^\omega \frac{\vartheta_0 (Sh_0)^2}{2} (\theta_0 - 0.125\theta_0^3 + 0.005\theta_0^5), \quad (23)$$

$$C_{T4} = -C_y^\omega \frac{C}{X}. \quad (24)$$

Здесь и ранее $X = x/b$.

$$C_{T5} = -\frac{\pi}{2} \left[C + \frac{\alpha_0^2}{2} (1 + 0.75\theta_0^2 + 0.417\theta_0^4 + 0.21\theta_0^6 + 0.1\theta_0^8 + 0.044\theta_0^{10} + 0.012\theta_0^{12} - \vartheta_0^2(0.38 + 0.31\theta_0^2 + 0.18\theta_0^4 + 0.1\theta_0^6 + 0.044\theta_0^8 + 0.02\theta_0^{10}) + \right. \quad (25)$$

$$\left. + \vartheta_0^4(0.026 + 0.023\theta_0^2 + 0.014\theta_0^4 + 0.007\theta_0^6 + 0.0016\theta_0^{10}) - \vartheta_0^6(0.0008 + 0.0006\theta_0^2 + 0.0004\theta_0^4) \right],$$

$$C_{T6} = -C_\rho [C + 1 + (0.5 - 0.19\vartheta_0^2 + 0.13\vartheta_0^4)\theta_0^2 + (0.25 - 0.1\vartheta_0^2 + 0.008\vartheta_0^4)\theta_0^4 + (0.12 - 0.05\vartheta_0^2 + 0.004\vartheta_0^4)\theta_0^6 + (0.035 - 0.016\vartheta_0^2 + 0.0012\vartheta_0^4)\theta_0^8 + (0.024 - 0.011\vartheta_0^2 + 0.0009\vartheta_0^4)\theta_0^{10} + (0.011 - 0.0049\vartheta_0^2 + 0.0004\vartheta_0^4)\theta_0^{12} + (0.0013 - 0.0006\vartheta_0^2)\theta_0^{14} + (0.0007 - 0.0003\vartheta_0^2)\theta_0^{16} - (0.25\vartheta_0^2 - 0.016\vartheta_0^4)]. \quad (26)$$

При выводе расчетных формул использовали разложение в ряд функций (3), (6)–(10). При этом ограничивались шестью членами разложения. Это определялось степенью сходимости рядов, входящих в расчетные формулы. Оценки показывают, что приведенными расчетными формулами можно пользоваться при условии, что $\theta_0 < 1$.

Оценим долю подсосывающей силы в общей тяге (X_{xc}). В этом случае получим выражение, аналогичное выражению (26) в работе [19]

$$X_{xc} = m^* v_{nc} \omega_z \cos \vartheta - m^* \dot{v}_{nc} \alpha_c \cos \vartheta + \frac{\rho S}{2} (C_y^\alpha v_{nc}^2 + C_y^\alpha \dot{v}_{nc} b \alpha_c - C_y^{\omega} b v_{nc} - C_y^{\omega} \dot{\omega}_z b^2 \alpha_c) \cos \vartheta. \quad (27)$$

Это выражение после усреднения по времени примет вид

$$\bar{X}_{xc} = \frac{\rho S}{2} \left[(C_y^\alpha \overline{v_{nc}^2} \cos \vartheta - C_y^{\omega} \overline{\dot{\omega}_z b^2 \alpha_c} \cos \vartheta) + b \left(C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \overline{\dot{v}_{nc} \alpha_c} \cos \vartheta + b \left(\frac{2m^*}{\rho S b} - C_y^\omega \right) \overline{v_{nc} \omega_z} \cos \vartheta \right]. \quad (28)$$

Для удобства использования этой формулы ее полезно представить в форме коэффициентов подсосывающей силы

$$C_X = \frac{2\bar{X}_{xc}}{\rho S U_0^2} = C_{X1} + C_{X2} + C_{X3} + C_{X4}, \quad (29)$$

Таблица 1. Рассчитанные значения суммарного угла

St	θ_0 , рад
0.15	0.45
0.25	0.7
0.35	0.891
0.45	1.043

Таблица 2. Коэффициенты аэродинамических производных для крыла с удлинением 5. пересчитанные к центру крыла

St	Sh_0	C_y^α	$C_y^{\dot{\alpha}}$	$C_y^{\omega_z}$	$C_y^{\dot{\omega}_z}$
0.15	0.628	3.31	0.506	0.865	-0.244
0.25	1.047	3.047	0.894	0.812	-0.142
0.35	1.465	2.93	1.024	0.786	-0.1
0.45	1.884	2.82	1.154	0.757	-0.055

где

$$C_{x1} = -\frac{2}{\pi} C_y^\alpha C_{T5}, \quad (30)$$

$$C_{x2} = \frac{C_y^{\omega_z} \alpha_0 \vartheta_0 (Sh_0)^2}{2} \times \quad (31)$$

$$\times (1 - 0.375 \vartheta_0^2 + 0.026 \vartheta_0^4 - 0.00076 \vartheta_0^6),$$

$$C_{x3} = \left(C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \frac{\alpha_0 \vartheta_0 (Sh_0)^2 X}{2} \times$$

$$\times [(0.5 - 0.0626 \vartheta_0^2 + 0.0032 \vartheta_0^4) \theta_0^2 +$$

$$+ (0.042 - 0.013 \vartheta_0^2) \theta_0^4 + (0.01 - 0.0036 \vartheta_0^2) \theta_0^6 + \quad (32)$$

$$+ (0.003 - 0.001 \vartheta_0^2) \theta_0^8 + (0.001 - 0.0004 \vartheta_0^2) \theta_0^{10} +$$

$$+ 0.0003 \theta_0^{12} + 0.25 \vartheta_0^2 - 0.02 \vartheta_0^4],$$

$$C_{x4} = \left(\frac{2m^*}{\rho S b} - C_y^{\omega_z} \right) \frac{C}{X}. \quad (33)$$

Для присоединенной массы крыла бесконечного размаха на единицу длины имеем

$$m^* = \rho \pi b^2 / 4, \quad (34)$$

для прямоугольного крыла

$$m^* \approx 0.9 \rho l (\pi b^2 / 2), \quad (35)$$

для треугольного крыла [7–9, 21]

$$m^* = \rho \pi b^2 / 6. \quad (36)$$

В полученные формулы входят геометрические и кинематические параметры крыла. Кроме них входят еще аэродинамические производные, которые табулированы и приведены в работе [1] для различных форм крыла, удлинений и чисел Струхаля. Геометрические и кинематические параметры считаются заданными.

Применим полученные формулы к оценке коэффициента тяги, развиваемого жестким прямоугольным крылом с удлинением, равном 5, экспериментально исследованном в работе [19]. Кинематические параметры крыла следующие: ось вращения проходит на расстоянии $1/3$ от передней кромки (в этом случае безразмерная координата $X = -1/6$), диапазон максимальных значений угла атаки от 10° до 30° , диапазон чисел Струхаля от 0.15 до 0.45, отношение амплитуды линейных колебаний к хорде крыла $h_0/b = 0.75$, $U_0 = 0.4$ м/с. Для числа Струхаля в упомянутой работе принято выражение

$$St = 2h_0 f / U_0. \quad (37)$$

Это выражение отличается от принятого в нашей работе и находится с ним в соотношении

$$St = h_0 (Sh_0) / b \pi. \quad (38)$$

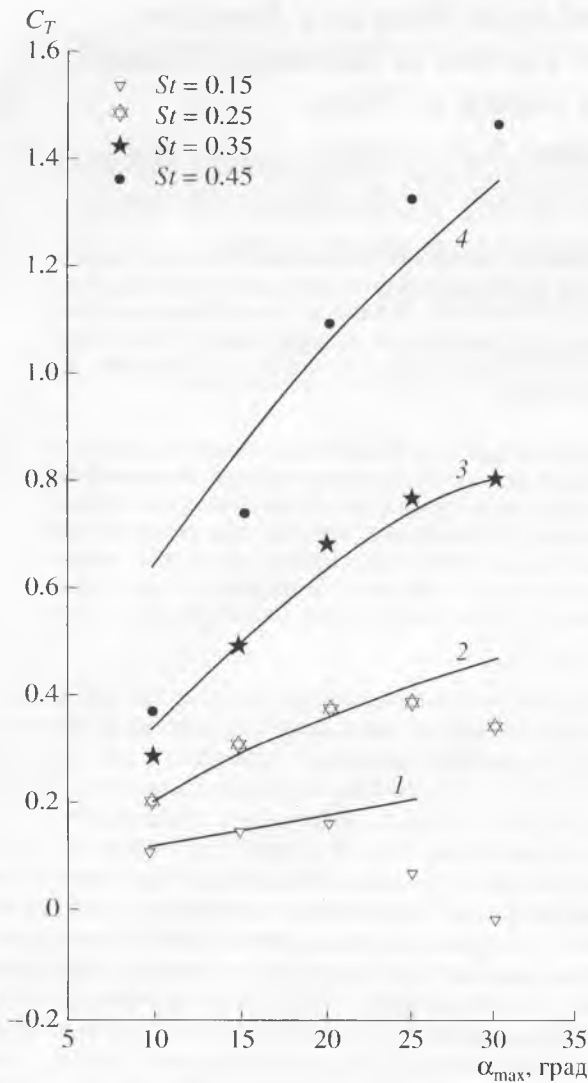
В расчетные формулы (20)–(26) входят углы α_0 , ϑ_0 , а также их сумма θ_0 . В эксперименте известны только значения углов атаки, при которых проводились измерения. Остальные два угла могут быть найдены из соотношения (3). Разложим правую часть этого соотношения в ряд и ограничимся первыми четырьмя членами. После почленного интегрирования полученного ряда в пределах от 0 до $\pi/2$ получим следующее соотношение, связывающее число St и суммарный угол θ_0 :

$$\pi(St) = \theta_0 (1 + 0.222 \theta_0^2 + 0.071 \theta_0^4 + 0.0247 \theta_0^6). \quad (39)$$

В табл. 1 приведены вычисленные величины угла θ_0 для значений числа St , использованных в эксперименте.

Из последней строки табл. 1 видно, что при $St = 0.45$ $\theta_0 > 1$ использование расчетных формул может приводить к значительной погрешности.

Уже отмечалось, что входящие в расчетные формулы коэффициенты аэродинамических производных табулированы в работе [1]. Однако они представлены для удлинений крыла, не превышающих 4. А в эксперименте, описанном в работе [19], удлинение крыла близко к 5. Значения производных для удлинения 5 было получено путем экстраполяции. Кроме того, в работе [1] коэффициенты аэродинамических производных рассчитаны для точки крыла, отстоящей от передней кромки на четверть хорды, а в расчетные формулы (20)–(26) входят величины, пересчитанные к центру крыла. Поэтому целесообразно и коэф-



Сравнение расчетных значений (линии 1–4) и эксперимента (точки).

коэффициенты аэродинамических производных пересчитать к центру. В работе [1] подробно описана методика такого пересчета. В табл. 2 представлены уже пересчитанные значения коэффициентов для значений числа Струхала, использованных в эксперименте.

На рисунке приведены экспериментальные данные из работы [20], а также расчетные значения (сплошные линии), полученные с помощью формул (20)–(26). Видно, что расчетные значения хорошо согласуются с экспериментальными при малых значениях числа Струхала и углов атаки крыла. Это объясняется тем, что формулы были выведены при условии малости угла атаки. Хуже согласие при $St = 0.45$. В этом случае $\theta_0 > 1$ и, строго говоря, расчетные формулы не применимы. Можно расширить диапазон применимости рас-

четных формул ценой значительного их усложнения, но это едва ли целесообразно.

Таким образом, полученные расчетные формулы позволяют легко оценить гидродинамические силы, развиваемые крылом.

Авторы приносят искреннюю благодарность Р.И. Герасимовой за помощь в подготовке рукописи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 04-01-00366а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М. // Тр. ЦАГИ. 1958. Вып. 725. С. 5.
2. Гребешов Э.П., Сагоян О.А. // Тр. ЦАГИ. 1976. Вып. 1725. С. 3.
3. Довгий С.А., Каян В.П. // Бионика. 1981. Вып. 15. С. 55.
4. Зайцев А.А., Федотов А.А. // Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа. 1986. № 5. С. 75.
5. Пушков С.Г., Романенко Е.В. // Успехи соврем. биологии. 2000. Т. 120. № 2. С. 207.
6. Пушков С.Г., Романенко Е.В., Лопатин В.Н. // Успехи соврем. биологии. 2006. Т. 126. № 3. С. 318.
7. Романенко Е.В. Теория плавания рыб и дельфинов. М.: Наука, 1986. 148 с.
8. Романенко Е.В. Гидродинамика рыб и дельфинов. М.: КМК. 2001. 412 с.
9. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. // Успехи соврем. биологии. 2005. Т. 125. № 5. С. 478.
10. Шеховцов А.В. // Прикладна гідромеханіка. 1999. Т. 1(73). № 2. С. 71.
11. Anderson J.M., Streitlien K., Barrett D.S., Triantafyllou M.S. // J. Fluid Mech. 1998. V. 360. P. 41.
12. Chopra M.G. // J. Fluid Mech. 1974. V. 64. Pt. 2. P. 375.
13. Chopra M.G., Kambe T. // J. Fluid Mech. 1977. V. 79. Pt. 1. P. 49.
14. Hover F.S., Read D.R., Haugsdal O., Triantafyllou M.S. // Proc. UUST. Durham. NH. 2001.
15. Karpousian G., Spedding G., Cheng H.K. // J. Fluid Mech. 1990. V. 210. P. 329.
16. Katz J., Weihs D. // J. Fluid Mech. 1978. V. 88. P. 485.
17. Lan C.E. // J. Fluid Mech. 1979. V. 93. № 4. P. 747.
18. Lighthill M.J. // J. Fluid Mech. 1970. V. 44. № 2. P. 265.
19. Prempraneerach P., Hover F.S., Triantafyllou M.S. // 13th Int. Symp. Unmanned Untethered Submersible Techn., Durham, NH, Aug. 2003.
20. Read D.A., Hover F.S., Triantafyllou M.S. // J. Fluids Struct. 2003. V. 17. P. 163.
21. Romanenko E.V. Fish and Dolphin Swimming. Pensoft. Sofia-Moscow, 2002. 430 p.
22. Triantafyllou M.S., Techet A.H., Hover F.S. // IEEE J. ocean engineering. 2004. V. 29. № 3. P. 585.
23. Wu T.Y.-T. // J. Fluid Mech. 1971. V. 46. № 3. P. 521.