

УДК 577.31

ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЖЕСТКОГО КРЫЛА

© 2009 г. С. Г. Пушков, Е. В. Романенко, В. Н. Лопатин

Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Москва

Выполнены оценки индуктивного сопротивления плоского и жесткого крыла, совершающего гармонические колебания достаточно большой амплитуды при произвольном положении оси вращения. В плоской задаче для силы тяги и мощности получены аналитические выражения составляющих индуктивного сопротивления через коэффициенты гидродинамических производных.

Ранее [3–5, 8, 9, 11] были получены расчетные формулы для оценки гидродинамических сил, развиваемых жестким крылом, колеблющимся в невязкой жидкости с произвольными амплитудами линейных и угловых колебаний и произвольным положением оси вращения. В этих формулах составляющая гидродинамических сил, обусловленная индуктивным сопротивлением крыла, определялась оценкой “сверху”, т. е. по максимуму:

$$X_i \leq \frac{\rho \pi S v_n^2}{4}, \quad (1)$$

где S – площадь крыла, v_n – нормальная скорость крыла. Коэффициент индуктивного сопротивления определяется выражением

$$C_{Xi} = \frac{\pi}{2U_0^2} v_n^2. \quad (2)$$

Было показано, что выражения (1) и (2) является достаточным приближением при расчетах пропульсивных характеристик крыла в случаях умеренных удлинений крыла $2 \leq \lambda \leq 5$ или в случаях, когда доля индуктивного сопротивления мала в общем балансе гидродинамических сил. Вместе с тем остаются вопросы погрешности используемой оценки в зависимости от формы крыла и кинематики движения.

В этой работе мы получим расчетные формулы для более точной оценки рассматриваемой составляющей гидродинамических сил в плоской задаче обтекания, когда применение формул (1) и (2) может вносить наиболее значительную погрешность в расчетах гидродинамических сил.

В данном случае, если движение крыла можно представить в виде основного движения со скоростью U_0 и наложенного на него добавочного движения с малыми перемещениями и скоростями, общие выражения для проекции гидро-

динамических сил могут быть представлены в виде [2, 3, 10]:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \Gamma, \quad (3)$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \Gamma - \rho \pi b u_* (v_n - u_*).$$

Здесь $\Gamma = \pi b \left(v_n - \frac{b \omega_z}{4} - u_* \right)$ – присоединенная циркуляция [3], u_* – эффективная вызванная скоростью, обусловленная наличием за крылом вихревой пелены, b – хорда крыла, v_n – нормальная скорость крыла, ρ – плотность среды, m^* – присоединенная масса крыла, ω_z – угловая скорость крыла,

Нас интересует третий член для проекции гидродинамической силы X в выражении (3):

$$X_i = \rho \pi b u_* (v_n - u_*), \quad (4)$$

рассматриваемый как индуктивное сопротивление.

Следует отметить, что X_i по существу является лишь составляющей индуктивного сопротивления, если его определять выражением

$$X_i^* = \rho \pi b u_* \left(v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_* \right) = \rho u_* \Gamma.$$

При определении рассматриваемой составляющей гидродинамических сил X_i (4) (далее по тексту X_i – индуктивное сопротивление) неизвестной величиной является скорость u_* . В случае установившегося или квазистационарного движения крыла конечного размаха порождение вихревого следа определяется главным образом конечностью размаха крыла. Скорость u_* , индуцируемая вихревым следом, по абсолютной величине меньше v_n . При этом для удлинений крыла $2 \leq \lambda \leq 5$ оценка индуктивного сопротивления сверху дает очень неплохие результаты.

В случае бесконечного удлинения крыла (рассматриваемая плоская задача) вихревой след по-

рождается изменением циркуляции при наличии поперечных и угловых колебаний крыла. В данном случае значение u_* может быть как больше, так и меньше v_n , соответственно X_i может быть как отрицательным, так и положительным (напомним, что X_i – лишь часть индуктивного сопротивления).

Значение скорости u_* в формуле (4) может быть определено из соотношения [3] для подъемной силы

$$Y = -m^* \dot{v}_n - \rho U \Gamma = -m^* \dot{v}_n - \rho U \pi b \left(v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_* \right), \quad (5)$$

и выражения для подъемной силы через коэффициенты гидродинамических производных [1]:

$$Y = \frac{\rho U^2 b}{2} \left(-C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right), \quad (6)$$

Здесь U – мгновенная скорость потока, набегающего на крыло, α – угол атаки, точка над символом обозначает производную по времени.

Приравняем правые части выражений (5) и (6)

$$\frac{\rho U^2 b}{2} \left(-C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) = -m^* \dot{v}_n - \rho U \pi b \left(v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_* \right). \quad (7)$$

Из соотношения (7) получаем решение для u_* :

$$u_* = v_n - \frac{v_n}{2\pi} C_y^\alpha + \frac{\omega_z b}{2\pi} C_y^{\omega_z} - \frac{\omega_z b}{4} + \frac{m^* \dot{v}_n}{\rho \pi b U} - \frac{\dot{v}_n b}{2\pi U} C_y^{\dot{\alpha}} + \frac{\dot{\omega}_z b^2}{2\pi U} C_y^{\dot{\omega}_z}.$$

Здесь все параметры берутся в центре крыла. Для значений коэффициентов гидродинамических производных имеются известные решения [1].

Полученные соотношения применимы для определения соответствующих составляющих силы тяги и мощности (членов, включающих индуктивное сопротивление) в случае гармонических угловых и линейных колебаний крыла.

Выражение для силы тяги крыла было получено ранее [8]:

$$\bar{T}_c = \frac{\rho S}{2} \left[\begin{aligned} & C_y^\alpha \overline{v_{nc} V_{yc}} + b \left(C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \overline{\dot{v}_{nc} \sin \theta_c} - \\ & - C_y^{\dot{\omega}_z} \overline{b^2 \dot{\omega}_z \sin \theta_c} - b C_y^{\omega_z} \overline{\omega_z V_{yc}} - X_{ic} \overline{\cos \vartheta} \\ & - C_p \overline{U_c^2 \cos \vartheta} \end{aligned} \right]. \quad (8)$$

Выражение (8) можно представить в форме коэффициентов тяги

$$C_T = C_{T1} + C_{T2} + C_{T3} + C_{T4} + C_{T5} + C_{T6}. \quad (9)$$

Здесь и далее \bar{T}_c – тяга, m^* – присоединенная масса крыла, v_{nc} – нормальная скорость, ρ – плотность среды, θ_c – угол между набегающим на крыло потоком и горизонтальной осью, C_p – коэффициент сопротивления формы крыла, U_c – мгновенная скорость потока, набегающего на крыло, X_{ic} – индуктивное сопротивление крыла, b – хорда крыла, S – его площадь (одной стороны). C_y^α , $C_y^{\dot{\alpha}}$, $C_y^{\omega_z}$, $C_y^{\dot{\omega}_z}$ – аэродинамические производные [1]. Наличие индекса “c” означает, что величины пересчитаны к центру крыла.

Одна из составляющих коэффициента тяги, включающая индуктивное сопротивление, имеет вид

$$C_{T5} = -\frac{2 X_{ic} \overline{\cos \vartheta}}{\rho S U_0^2}. \quad (10)$$

Здесь и далее ϑ – угол наклона крыла к горизонтальной оси.

Отсюда получим, раскрыв выражение (10),

$$C_{T5} = -\frac{2\pi}{U_0^2} \left(\overline{D_1 v_{nc}^2 \cos \vartheta} + \overline{D_2 v_{nc} \omega_z \cos \vartheta} + \overline{D_3 \frac{v_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_4 \frac{v_{nc} \dot{v}_{nc}}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_5 \frac{\dot{v}_{nc} \omega_z}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_6 \omega_z^2 \cos \vartheta} + \overline{D_7 \frac{\omega_z \dot{\omega}_z}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_8 \frac{\dot{v}_{nc}^2}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_9 \frac{\dot{v}_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c^2} \cos \vartheta} + \overline{D_{10} \frac{\dot{\omega}_z^2}{U_c^2} \cos \vartheta} \right). \quad (11)$$

Рассмотрим случай гармонических линейных и угловых колебаний бесконечного крыла. В этом случае $h_1 = h_0 \sin \omega t$ и $\vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t$. (Фазовый сдвиг между линейными и угловыми колебаниями принят равным 90°).

Входящие в выражение (11) переменные величины имеют вид

$$v_{nc} = V_{y1} \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta + \omega_z x,$$

$$U_c^2 = V_{yc}^2 + V_{xc}^2,$$

$$V_{xc} = U_0 - \omega_z x \sin \vartheta,$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos \vartheta,$$

где $V_{y1} = \dot{h}_1(t)$, $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$, $h_1(t)$ – вертикальные колебания крыла.

Выражение (11) можно представить в виде

$$C_{T5} = C_{T5-1} + C_{T5-2} + C_{T5-3} + C_{T5-4} + C_{T5-5} + \\ + C_{T5-6} + C_{T5-7} + C_{T5-8} + C_{T5-9} + C_{T5-10}. \quad (12)$$

Члены в правой части выражения (12) в рассматриваемом случае имеют вид

$$C_{T5-1} = -(2\pi D_1) \frac{\overline{v_{nc}^2 \cos^2 \vartheta}}{U_0^2} = \\ = -(2\pi D_1) \left(\frac{\overline{v_n^2 \cos^2 \vartheta}}{U_0^2} + A_1 \right), \\ 2\pi D_1 = \left[C_y^\alpha \left(1 - \frac{1}{2\pi} C_y^\alpha \right) \right], \\ \frac{\overline{v_n^2 \cos^2 \vartheta}}{U_0^2} = 0.5 \left[\left(\frac{1}{\lambda_p} - \vartheta_0 \right)^2 - \right. \\ \left. - 1.125 \vartheta_0^2 \left(\frac{1}{\lambda_p^2} - 1.556 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} + 0.556 \vartheta_0^2 \right) + \right. \\ \left. + 0.547 \vartheta_0^4 \left(\frac{1}{\lambda_p^2} - 1.162 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} + 0.289 \vartheta_0^2 \right) - \right. \\ \left. - 0.137 \vartheta_0^6 \left(\frac{1}{\lambda_p^2} - 0.844 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} + 0.144 \vartheta_0^2 \right) \right].$$

Здесь и далее

$$A_1 = \frac{\vartheta_0^2 (Sh_0)^2 X^2}{2} \left[1 - \frac{\vartheta_0^2}{8} \left(1 - \frac{\vartheta_0^2}{24} \right) \right], \\ Sh_0 = \frac{\omega b}{U_0}.$$

X – относительное расстояние от оси вращения до центра крыла ($X = \frac{x}{b}$), x – абсолютное расстояние от оси вращения до центра крыла (положительное, если ось вращения расположена ближе к

задней кромке, отрицательное, если ось расположена ближе к передней кромке), $\lambda_p = \frac{U_0}{\omega h_0}$, h_0 – амплитуда линейных колебаний крыла, $\omega = 2\pi f$, f – частота колебаний.

$$C_{T5-2} = -2\pi D_2 \frac{A_1}{X},$$

$$2\pi D_2 = \left(\frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^{\omega_z} - \frac{1}{2} C_y^\alpha - C_y^{\omega_z} + \frac{\pi}{2} \right).$$

$$C_{T5-3} = -2\pi D_3 \left[\frac{\sqrt{2} (Sh_0)^2 \vartheta_0}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} \right] (J_{3-1} + J_{3-2}),$$

$$2\pi D_3 = \left(\frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^{\omega_z} - C_y^{\omega_z} \right),$$

$$J_{3-1} = \left\{ (0.5 - 0.25 \vartheta_0^2 + 0.0417 \vartheta_0^4) \times \right.$$

$$\times \left[1 + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1025}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] +$$

$$+ (0.5 - 0.5 \vartheta_0^2 + 0.125 \vartheta_0^4) \times$$

$$\times \left[-\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] +$$

$$+ (-0.25 \vartheta_0^2 + 0.125 \vartheta_0^4) \times$$

$$\times \left[0.5 + \frac{0.1406}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.085}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \left. \right\},$$

$$J_{3-2} = -\lambda_p \left\{ (0.5 \vartheta_0 - 0.1667 \vartheta_0^3 + 0.0167 \vartheta_0^5) \times \right.$$

$$\times \left[1 + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1025}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] +$$

$$+ (0.5 \vartheta_0 - 0.3333 \vartheta_0^3 + 0.05 \vartheta_0^5) \times$$

$$\times \left[-\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] +$$

$$+ (-0.1667 \vartheta_0^3 + 0.05 \vartheta_0^5) \times$$

$$\times \left[0.5 + \frac{0.1406}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.085}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \left. \right\}.$$

Далее

$$C_{T5-4} = -2\pi D_4 \left[\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0 X}{\sqrt{(2\lambda_p^2 + 1)}} \right] \times (J_{4+1} + J_{4+2} + J_{4+3} + J_{4+4} + J_{4+5}),$$

$$2\pi D_4 = \left(\frac{2m^*}{\rho \pi b^2} C_y^\alpha - \frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^\alpha + C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho b^2} \right).$$

Для бесконечного крыла $m^* = \frac{\rho \pi b^2}{4}$.

$$J_{4+1} = J_{3-1},$$

$$J_{4+2} = J_{3-2},$$

$$J_{4+3} = \left\{ \left(0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} + \frac{0.0513}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right) + (-0.25\vartheta_0^2 + 0.0417\vartheta_0^4) \times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + 0.0417\vartheta_0^4 \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0195}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \right\},$$

$$J_{4+4} = \vartheta_0 \left\{ (0.25\vartheta_0 - 0.083\vartheta_0^3 + 0.0083\vartheta_0^5) \times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + (-0.083\vartheta_0^3 + 0.0167\vartheta_0^5) \times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0196}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \right\},$$

$$J_{4+5} = -\vartheta_0 \lambda_p J_{4+3}.$$

$$C_{T5-5} = -2\pi D_5 \left[\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} \right] \{ J_{5-1} + J_{5-2} + J_{5-3} \},$$

$$2\pi D_5 = \left(-\frac{2m^*}{\rho \pi b^2} C_y^{\omega_z} + \frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^{\omega_z} + \frac{m^*}{\rho b^2} - \frac{1}{2} C_y^\alpha \right),$$

$$J_{5-1} = J_{4-3},$$

$$J_{5-2} = J_{4-4},$$

$$J_{5-3} = J_{4-5}.$$

$$C_{T5-6} = -2\pi D_6 [(Sh_0)^2 \vartheta_0^2] \{ J_{6-1} \},$$

$$2\pi D_6 = \left[-\frac{1}{2\pi} (C_y^{\omega_z})^2 + \frac{1}{2} C_y^{\omega_z} - \frac{\pi}{8} \right],$$

$$J_{6-1} = (0.5 - 0.0625\vartheta_0^2 + 0.0026\vartheta_0^4).$$

$$C_{T5-7} = 0.$$

$$C_{T5-8} = -2\pi D_8 \left[\frac{2(Sh_0)^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} \right] \left\{ \sum_1^7 J_{8-n} \right\},$$

$$2\pi D_8 = \left[\frac{2m^*}{\rho \pi b} C_y^\alpha - \frac{2(m^*)^2}{\rho^2 \pi b^4} - \frac{1}{2\pi} (C_y^\alpha)^2 \right],$$

$$J_{8-1} = \left\{ 0.5 + \frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0794}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} + \frac{0.0366}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} + (-0.375\vartheta_0^2 + 0.1093\vartheta_0^4 - 0.0156\vartheta_0^6) \times \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0091}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] + (0.1093\vartheta_0^4 - 0.0313\vartheta_0^6) \times \left[-\frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0198}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} - \frac{0.0047}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} \right] + (-0.0156\vartheta_0^6) \left[0.125 + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] \right\},$$

$$J_{8-2} = -2\vartheta_0 \left\{ (0.25\vartheta_0 - 0.1458\vartheta_0^3 + 0.0318\vartheta_0^5) \times \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + (-0.1458\vartheta_0^3 + 0.0635\vartheta_0^5 - 0.01\vartheta_0^7) \times \left[-\frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.02}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} \right] + \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + (0.0547\vartheta_0^4 - 0.0469\vartheta_0^6) \times \\
& \times \left[0.125 + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.039}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] \Big\}, \\
J_{8-3} = & \vartheta_0^2 \left\{ (0.125\vartheta_0^2 - 0.052\vartheta_0^4 + 0.0071\vartheta_0^6) \times \right. \\
& \times \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0091}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] + \\
& + (0.125\vartheta_0^2 - 0.104\vartheta_0^4 + 0.0213\vartheta_0^6) \times \\
& \times \left[-\frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0198}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} \right] + \\
& + (-0.052\vartheta_0^4 + 0.0213\vartheta_0^6) \times \\
& \times \left[0.125 + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] \Big\},
\end{aligned}$$

$$J_{8-4} = -2\vartheta_0\lambda_p J_{8-1},$$

$$J_{8-5} = -\vartheta_0\lambda_p J_{8-2},$$

$$J_{8-6} = \vartheta_0^2\lambda_p^2 J_{8-1},$$

$$\begin{aligned}
J_{8-7} = & (Sh_0)^2 \vartheta_0^2 \lambda_p^2 X^2 \left[0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \right. \\
& - \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} - \\
& - \frac{0.0794}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} + \frac{0.0732}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} - \\
& \left. - \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} + \frac{0.02}{(2\lambda_p^2 + 1)^8} \right],
\end{aligned}$$

$$C_{T5-9} = -2\pi D_9 \left[\frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^2 \lambda_p^2 X^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} \right] \{J_{9-1}\},$$

$$2\pi D_9 = \left(-\frac{2m^*}{\rho\pi b^2} C_y^{\dot{\omega}_z} + \frac{1}{\pi} C_y^{\dot{\alpha}} C_y^{\dot{\omega}_z} \right),$$

$$J_{9-1} = \left\{ (0.5 - 0.125\vartheta_0^2 + 0.0052\vartheta_0^4) \times \right.$$

$$\left. \times \left[1 + \frac{0.5}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left. + \frac{0.0732}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} + \frac{0.02}{(2\lambda_p^2 + 1)^8} \right] + \\
& + (0.5 - 0.25\vartheta_0^2 + 0.0156\vartheta_0^4) \times \\
& \times \left[-\frac{0.5}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.375}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \right. \\
& \left. - \frac{0.1588}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} - \frac{0.0467}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} \right] + \\
& + (-0.125\vartheta_0^2 + 0.0156\vartheta_0^4) \left[0.5 + \frac{0.375}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \right. \\
& \left. + \frac{0.3125}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} + \frac{0.0184}{(2\lambda_p^2 + 1)^8} \right] \Big\}.
\end{aligned}$$

$$C_{T5-10} = -2\pi D_{10} \left[\frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^2 \lambda_p^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} \right] \{J_{10-1}\},$$

$$2\pi D_{10} = -\frac{1}{2\pi} (C_y^{\dot{\omega}_z})^2,$$

$$J_{10-1} = J_{9-1}.$$

Один из коэффициентов мощности [8], включающий в себя индуктивное сопротивление, имеет вид

$$C_{P6} = \frac{2V_{yc} X_i \sin \vartheta}{\rho S U_0^3}. \quad (13)$$

Раскрыв выражение (13), получим

$$\begin{aligned}
C_{P6} = & \frac{2\pi}{U_0^3} (D_1 V_{yc} v_{nc}^2 \sin \vartheta + \\
& + D_2 V_{yc} v_{nc} \omega_z \sin \vartheta + D_3 \frac{V_{yc} v_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c} \sin \vartheta + \\
& + D_4 \frac{V_{yc} v_{nc} \dot{v}_{nc}}{U_c} \sin \vartheta + D_5 \frac{V_{yc} \dot{v}_{nc} \omega_z}{U_c} \sin \vartheta + \\
& + D_6 V_{yc} \omega_z^2 \sin \vartheta + D_7 \frac{V_{yc} \omega_z \dot{\omega}_z}{U_c} \sin \vartheta + \\
& + D_8 \frac{V_{yc} \dot{v}_{nc}^2}{U_c^2} \sin \vartheta + D_9 \frac{V_{yc} \dot{v}_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c^2} \sin \vartheta + D_{10} \frac{V_{yc} \dot{\omega}_z^2}{U_c^2} \sin \vartheta).
\end{aligned} \quad (14)$$

Выражение (14) можно представить в виде

$$C_{P6} = \sum_{n=1}^{n=10} \left\{ 2\pi D_n \sum_{m=1}^{m=k} I_{nm} \right\}. \quad (15)$$

Значения $2\pi D_n$ приведены в разделе для коэффициента тяги. Далее можно записать

$$C_{p6-1} = 2\pi D_1 \{I_{1-1}\},$$

$$I_{1-1} = \frac{\vartheta_0}{4} \left\{ \frac{3}{\lambda_p^2} \left[\frac{1}{2\lambda_p} (1 - 0.972\vartheta_0^2 + 0.371\vartheta_0^4 - 0.069\vartheta_0^6) - \vartheta_0 (1 - 0.694\vartheta_0^2 + 0.184\vartheta_0^4 - 0.026\vartheta_0^6) \right] + \vartheta_0^2 \left(\frac{3}{2\lambda_p} - (Sh_0)^2 \vartheta_0 X^2 \right) \times (1 - 0.417\vartheta_0^2 + 0.08\vartheta_0^4 - 0.008\vartheta_0^6) + \frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X^2}{\lambda_p} (1.5 - 0.625\vartheta_0^2 + 0.16\vartheta_0^4 - 0.023\vartheta_0^6) \right\}.$$

$$C_{p6-2} = 2\pi D_2 \{I_{2-1}\},$$

$$I_{2-1} = \frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0^3 X}{\lambda_p} [0.25 - 0.0833\vartheta_0^2 + 0.016\vartheta_0^4 - \lambda_p \vartheta_0 (0.125 - 0.052\vartheta_0^2)].$$

$$C_{p6-3} = 2\pi D_3 \{I_{3-1} + I_{3-2} + I_{3-3}\},$$

$$I_{3-1} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^2}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-1},$$

$$A_{3-1} = \left\{ (0.25 - 0.0833\vartheta_0^2 + 0.0083\vartheta_0^4) \times \left[1 + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1024}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + (0.5 - 0.25\vartheta_0^2 + 0.0332\vartheta_0^4) \times \left[-\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + (0.25 - 0.25\vartheta_0^2 + 0.0498\vartheta_0^4) \times \left[0.5 + \frac{0.1406}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0853}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + (-0.0833\vartheta_0^2 + 0.0332\vartheta_0^4) \times \left[-\frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0966}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \right\},$$

$$I_{3-2} = \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^3}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-2},$$

$$A_{3-2} = \left\{ (0.25 - 0.0417\vartheta_0^2 + 0.0028\vartheta_0^4 - 0.0028\vartheta_0^6) \left[1 + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.1024}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + (0.5 - 0.125\vartheta_0^2 + 0.0111\vartheta_0^4 - 0.0139\vartheta_0^6) \left[-\frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + (0.25 - 0.125\vartheta_0^2 + 0.0167\vartheta_0^4 - 0.0277\vartheta_0^6) \times \left[0.5 + \frac{0.1406}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0853}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] - (-0.0417\vartheta_0^2 + 0.0111\vartheta_0^4 - 0.0277\vartheta_0^6) \times \left[-\frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0977}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + (0.0028\vartheta_0^4 - 0.0139\vartheta_0^6) \times \left[0.375 + \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0748}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \right\},$$

$$I_{3-3} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^4 \vartheta_0^4 \lambda_p X^2}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3},$$

$$A_{3-3} = \left\{ (0.25 - 0.0833\vartheta_0^2 + 0.0083\vartheta_0^4) \times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + (-0.0833\vartheta_0^2 + 0.0167\vartheta_0^4) \times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0195}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + (0.0083\vartheta_0^4) \left[0.125 + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0107}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \right\}.$$

$$C_{p6-4} = 2\pi D_4 \left(\sum_{k=1}^{k=12} I_{4-k} \right),$$

$$\begin{aligned}
I_{4-1} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^2 X}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-1}, & I_{4-7} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^4 X}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} \times \\
I_{4-2} &= \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^3 X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-2}, & & \times \left\{ (0.125 - 0.0833\vartheta_0^2 + 0.0223\vartheta_0^4) \times \right. \\
I_{4-3} &= \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^2 X}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3}, & & \times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] - \\
I_{4-4} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^4 X}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{4-4}, & & - (0.125 - 0.1666\vartheta_0^2 + 0.0667\vartheta_0^4) \times \\
A_{4-4} &= \left\{ (0.125 - 0.0208\vartheta_0^2 + 0.0014\vartheta_0^4) \times \right. & & \times \left[\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0195}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] - \\
&\times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_0^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + & & - (0.0833\vartheta_0^2 - 0.0667\vartheta_0^4) \times \\
&+ (0.125 - 0.0417\vartheta_0^2 + 0.0042\vartheta_0^4) \times & & \times \left[0.125 + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0107}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + \\
&\times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0195}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + & & + 0.0223\vartheta_0^4 \left[-\frac{0.0313}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0122}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \left. \right\}, \\
&+ (-0.0208\vartheta_0^2 + 0.0042\vartheta_0^4) \times & & \\
&\times \left[0.125 + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0107}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + & & I_{4-8} = -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^3 X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{4-8}, \\
&+ 0.0014\vartheta_0^4 \left[-\frac{0.0313}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0122}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \left. \right\}, & & A_{4-8} = \left\{ (0.25 - 0.1667\vartheta_0^2 + 0.0445\vartheta_0^4) \times \right. \\
I_{4-5} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^3 X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3}, & & \times \left[1 + \frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \right. \\
I_{4-6} &= \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2\vartheta_0^2 X}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{4-6}, & & + \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} + \frac{0.1024}{(2\lambda_0^2 + 1)^4} \left. \right] + \\
A_{4-6} &= \left\{ (0.25 - 0.2083\vartheta_0^2 + 0.0625\vartheta_0^4) \times \right. & & + (0.25 - 0.3333\vartheta_0^2 + 0.1333\vartheta_0^4) \times \\
&\times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + & & \times \left[-0.5 - \frac{0.25}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.1406}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \right. \\
&+ (-0.2083\vartheta_0^2 + 0.125\vartheta_0^4) \times & & - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0853}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \left. \right] + \\
&\times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0195}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + & & + (-0.1667\vartheta_0^2 + 0.1333\vartheta_0^4) \times \\
&+ 0.0625\vartheta_0^4 \left[0.125 + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0107}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \left. \right\}, & & \times \left[0.5 + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.1406}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \right. \\
&& & + \frac{0.0977}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} + \frac{0.0746}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \left. \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 0.0445 \vartheta_0^4 \left[-0.375 - \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \right. \\
& \left. - \frac{0.1172}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \frac{0.0977}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] \Bigg\} \\
I_{4-9} &= \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^5 X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} \times \\
& \times \left\{ (0.125 - 0.0625 \vartheta_0^2 + 0.0104 \vartheta_0^4) \times \right. \\
& \times \left[0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0171}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + \\
& + (0.125 - 0.125 \vartheta_0^2 + 0.0312 \vartheta_0^4) \times \\
& \times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0195}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} \right] + \\
& + (-0.0625 \vartheta_0^2 + 0.0312 \vartheta_0^4) \times \\
& \times \left[0.125 + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0107}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \Bigg\}, \\
I_{4-10} &= \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \lambda_p \vartheta_0^4 X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{4-8}, \\
I_{4-11} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^4 \vartheta_0^4 \lambda_p X^3}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3}, \\
I_{4-12} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^3 X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{4-6}, \\
C_{p6-5} &= 2\pi D_5 \sum_{k=1}^{k=4} I_{5-k}, \\
I_{5-1} &= \frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^2}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3}, \\
I_{5-2} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^4}{\lambda_p \sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{4-4}, \\
I_{5-3} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^2 \vartheta_0^3}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{5-4} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^4 \vartheta_0^4 \lambda_p X^2}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3}, \\
C_{p6-6} &= 2\pi D_6 \{I_{6-1}\}, \\
I_{6-1} &= \frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0^3}{\lambda_p} (0.125 - 0.0104 \vartheta_0^2), \\
C_{p6-7} &= 2\pi D_7 \{I_{7-1}\}, \\
I_{7-1} &= -\frac{\sqrt{2}(Sh_0)^4 \vartheta_0^4 \lambda_p X}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} A_{3-3}, \\
C_{p6-8} &= 2\pi D_8 \sum_{k=1}^{k=10} \{I_{8-k}\}, \\
I_{8-1} &= \frac{2(Sh_0)^2 \vartheta_0}{\lambda_p (2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1}, \\
A_{8-1} &= \left\{ (0.25 - 0.1458 \vartheta_0^2 + 0.0318 \vartheta_0^4 - \right. \\
& - 0.0033 \vartheta_0^6 + 0.0072 \vartheta_0^8) \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \right. \\
& + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0091}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \Bigg] + \\
& + (-0.1458 \vartheta_0^2 + 0.0636 \vartheta_0^4 - \\
& - 0.01 \vartheta_0^6 + 0.0288 \vartheta_0^8) \left[-\frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \right. \\
& - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.02}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} - \frac{0.0047}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} \Bigg] + \\
& + (0.0318 \vartheta_0^4 - 0.01 \vartheta_0^6 + 0.0432 \vartheta_0^8) \times \\
& \times \left[0.125 + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \right. \\
& + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \Bigg] + \\
& + (-0.0033 \vartheta_0^6 + 0.0288 \vartheta_0^8) \times \\
& \times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0139}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} \right] + \\
& \left. + 0.0072 \vartheta_0^8 \left[0.0625 + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0273}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] \right\},
\end{aligned}$$

$$I_{8-2} = -\frac{4(Sh_0)^2 \vartheta_0^3}{\lambda_p(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-2},$$

$$A_{8-2} = \left\{ (0.125 - 0.0521 \vartheta_0^2 + 0.0079 \vartheta_0^4) \times \right. \\ \times \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0091}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] + \\ + (0.125 - 0.1043 \vartheta_0^2 + 0.0237 \vartheta_0^4 - 0.00243 \vartheta_0^6) \times \\ \times \left[-\frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0198}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} \right] + \\ + (-0.052 \vartheta_0^2 + 0.0237 \vartheta_0^4 - 0.0036 \vartheta_0^6) \times \\ \times \left[0.125 + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] + \\ + (0.0079 \vartheta_0^4 - 0.00243 \vartheta_0^6) \times \\ \times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0139}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} \right] \left. \right\},$$

$$I_{8-3} = \frac{2(Sh_0)^2 \vartheta_0^5}{\lambda_p(2\lambda_p^2 + 1)} \times$$

$$\times \left\{ (0.0625 - 0.0156 \vartheta_0^2 + 0.00169 \vartheta_0^4) \times \right. \\ \times \left[0.5 + \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0091}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] + \\ + (0.125 - 0.0469 \vartheta_0^2 + 0.0068 \vartheta_0^4) \times \\ \times \left[-\frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \right. \\ \left. - \frac{0.0198}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} - \frac{0.0047}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} \right] + \\ + (0.0625 - 0.0469 \vartheta_0^2 + 0.0101 \vartheta_0^4) \times \\ \times \left[0.125 + \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \right] + \\ + (-0.0156 \vartheta_0^2 + 0.0068 \vartheta_0^4) \times \\ \times \left[-\frac{0.0625}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \frac{0.0278}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} \right] +$$

$$+ 0.00169 \vartheta_0^4 \left[0.0625 + \frac{0.0391}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{0.0273}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0048}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} \right] \left. \right\},$$

$$I_{8-4} = -\frac{4(Sh_0)^2 \vartheta_0^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1},$$

$$I_{8-5} = \frac{4(Sh_0)^2 \vartheta_0^4}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-2},$$

$$I_{8-6} = \frac{2(Sh_0)^2 \vartheta_0^3 \lambda_p}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1},$$

$$I_{8-7} = \frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^3 \lambda_p X^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-7},$$

$$A_{8-7} = \left\{ (0.25 - 0.0208 \vartheta_0^2 + 0.00052 \vartheta_0^4) \times \right.$$

$$\times \left[1 + \frac{0.5}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.375}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{0.073}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} + \frac{0.02}{(2\lambda_p^2 + 1)^8} \right] +$$

$$+ (0.5 - 0.0625 \vartheta_0^2 + 0.00208 \vartheta_0^4) \times$$

$$\times \left[-\frac{0.5}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.375}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{0.1588}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} - \frac{0.047}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} \right] +$$

$$+ (0.25 - 0.0625 \vartheta_0^2 + 0.0031 \vartheta_0^4) \times$$

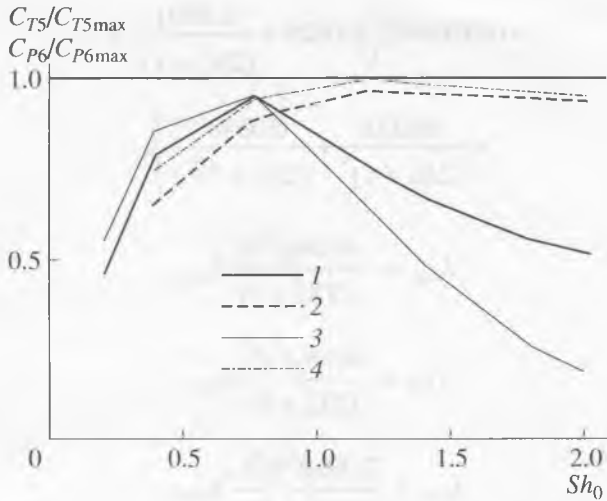
$$\times \left[0.5 + \frac{0.375}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.3125}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{0.064}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} + \frac{0.0184}{(2\lambda_p^2 + 1)^8} \right] +$$

$$+ (-0.0208 \vartheta_0^2 + 0.0021 \vartheta_0^4) \times$$

$$\times \left[-\frac{0.375}{(2\lambda_p^2 + 1)} - \frac{0.3125}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{0.139}{(2\lambda_p^2 + 1)^5} - \frac{0.047}{(2\lambda_p^2 + 1)^7} \right] +$$



Коэффициенты тяги и мощности, содержащие индуктивное сопротивление, в зависимости от числа Струаля и угла атаки: 1 – отношение C_{T5}/C_{T5max} для угла атаки 5° , 2 – то же отношение для угла атаки 15° , 3 – отношение C_{P6}/C_{P6max} для угла атаки 5° , 4 – то же отношение для 15° . C_{T5max} и C_{P6max} – максимальные значения соответствующих величин, вычисленные с учетом выражений (2) и (13).

$$+ 0.00052 \vartheta_0^4 \left[0.375 + \frac{0.3125}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} + \frac{0.273}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} + \frac{0.0576}{(2\lambda_p^2 + 1)^6} + \frac{0.0169}{(2\lambda_p^2 + 1)^8} \right]$$

$$I_{8-8} = -\frac{4(Sh_0)^4 \vartheta_0^3 \lambda_p X^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1},$$

$$I_{8-9} = \frac{4(Sh_0)^4 \vartheta_0^5 \lambda_p X^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-2},$$

$$I_{8-10} = \frac{4(Sh_0)^4 \vartheta_0^4 \lambda_p^2 X^2}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1}.$$

$$C_{p6-9} = 2\pi D_9 \sum_{k=1}^{k=4} \{I_{9-k}\},$$

$$I_{9-1} = \frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^3 \lambda_p X}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-7},$$

$$I_{9-2} = -\frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^3 \lambda_p X}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1},$$

$$I_{9-3} = \frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^5 \lambda_p X}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-2},$$

$$I_{9-4} = \frac{2(Sh_0)^4 \lambda_p^2 \vartheta_0^4 X}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-1}.$$

$$C_{p6-10} = 2\pi D_{10} \{I_{10-1}\},$$

$$I_{10-1} = \frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^3 \lambda_p}{(2\lambda_p^2 + 1)} A_{8-7}.$$

В качестве примера на рисунке приведены рассчитанные значения элементов коэффициента тяги (C_{T5}) и мощности (C_{P6}), содержащих индуктивное сопротивление.

Таблица 1. Коэффициенты гидродинамических производных и другие параметры (для случая $\alpha_0 = 5^\circ$)

Параметр	№ пп						
	1	2	3	4	5	6	7
Sh_0	0.2	0.4	0.8	1.2	1.4	1.8	2.0
Sh	0.198	0.383	0.686	0.892	0.965	1.072	1.109
ϑ_0	0.062	0.204	0.4531	0.646	0.723	0.846	0.895
λ_p	6.666	3.3333	1.667	1.111	0.952	0.741	0.666
C_y^α	5.228	4.6162	4.065	3.852	3.782	3.715	3.697
$C_y^{\alpha'}$	-3.842	-1.533	-0.035	0.4341	0.5748	0.7028	0.7366
$C_y^{\omega_z}$	1.307	1.1541	1.016	0.963	0.945	0.928	0.924
$C_y^{\omega_z'}$	-1.354	-0.776	-0.402	-0.284	-0.249	-0.217	-0.209

Таблица 2. Коэффициенты гидродинамических производных и другие параметры (для случая $\alpha_0 = 15^\circ$)

Параметр	№ пп			
	1	2	3	4
Sh_0	0.4	0.8	1.2	2.0
Sh	0.383	0.686	0.892	1.109
ϑ_0	0.03	0.279	0.471	0.721
λ_p	3.3333	1.667	1.111	0.666
C_y^α	4.6162	4.065	3.852	3.691
C_y^α	-1.533	-0.035	0.4341	0.7479
$C_y^{\omega_z}$	1.1541	1.016	0.963	0.9223
$C_y^{\dot{\omega}_z}$	-0.776	-0.402	-0.284	-0.2058

Расчет проведен для бесконечного крыла, ось вращения которого расположена на расстоянии $1/3$ хорды от передней кромки ($X = -0.1667$), угол атаки 5° и 15° , относительная амплитуда линейных колебаний 0.75. Остальные параметры приведены в табл. 1 и 2. Приведенные к центру крыла коэффициенты гидродинамических производных вычисляли по методике, изложенной ранее [1]. Однако здесь необходимо сделать одно замечание о том, что в этой работе гидродинамические производные получены для случая малоамплитудных колебаний крыла, при которых плоскость крыла и его вихревой след считаются лежащими в одной плоскости. При больших амплитудах колебаний крыла плоскости крыла и следа не совпадают. Число Струхала крыла в этом случае корректнее записывать в виде $Sh = \omega b/U$, где $U = \sqrt{U_0^2 + \omega^2 h_0^2}$. Именно эти значения числа Струхала используются при определении производных по таблице в работе [1]. В приведенных же выше формулах необходимо использовать число Струхала в форме $Sh_0 = \omega b/U_0$.

Анализ рисунка показывает, что коэффициенты тяги и мощности, содержащие индуктивное

сопротивление, могут в 2 и более раз отличаться от максимальных значений (особенно при малых значениях угла атаки). При этом суммарный коэффициент тяги при числе Струхала, равном 2.0, и угле атаки 5° корректируется в большую сторону на 10–12%. Суммарный коэффициент мощности корректируется в меньшую сторону на 4–5%. В большинстве случаев такими корректировками можно пренебречь и вычислять коэффициенты тяги и мощности, используя оценку индуктивного сопротивления по максимуму.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-04-00358а).

Авторы выражают искреннюю благодарность Р.И. Герасимовой за помощь в подготовке рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М. // Тр. ЦАГИ. 1958. Вып. 725. С. 5.
2. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Изд-во АН СССР, 1947. 258 с.
3. Пушков С.Г., Романенко Е.В. // Успехи соврем. биологии. 2000. Т. 120. № 2. С. 207.
4. Пушков С.Г., Романенко Е.В., Лопатин В.Н. // Успехи соврем. биологии. 2006. Т. 126. № 3. С. 318.
5. Романенко Е.В. Гидродинамика рыб и дельфинов. М.: КМК, 2001. 412 с.
6. Романенко Е.В., Пушков С.Г. // Докл. РАН. 1998. Т. 358. № 2. С. 274.
7. Романенко Е.В., Пушков С.Г. // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2009 (в печати).
8. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. // Успехи соврем. биологии. 2005. Т. 125. № 5. С. 478.
9. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. // Успехи соврем. биологии. 2007. Т. 127. № 3. С. 299.
10. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966. 448 с.
11. Romanenko E.V. Fish and Dolphin Swimming. Sofia-Moscow: Pensoft, 2002. 430 p.

Inductive Reactance of Flat and Rigid Wing

S. G. Pushkov, E. V. Romanenko, V. N. Lopatin

Institute of Ecology and Evolution, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Approximate expressions of hydrodynamic forces were used to construct a mathematical model of flat and rigid wing as the location of pitch-axes varies and heaving and pitching amplitudes are large enough. A specific feature of the model developed is the use of coefficients of the first order aerodynamic derivatives and kinematic parameters. Some formulas were derived in order to calculate inductive reactance in harmonic heave and pitch oscillations of wing.